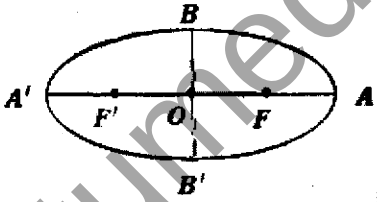
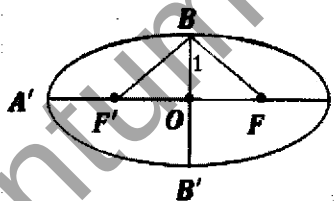


|                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                          |                   |
|------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|-------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳                                       | رشته: ریاضی فیزیک                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه    | ساعت شروع: ۱۰ صبح |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                           | نام و نام خانوادگی:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۱۹ | تعداد صفحه: ۲     |
| دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                          |                   |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                          |                   |
| ردیف                                                                   | سؤالات (پاسخ نامه دارد)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                          |                   |
| نمره                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                          |                   |
| استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                          |                   |
| ۱                                                                      | <p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) ماتریس قطری که درایه‌های روی قطر اصلی آن با هم برابر باشند، ماتریس ..... می‌نامیم.</p> <p>ب) حاصل ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابجایی ..... .</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                          |                   |
| ۲                                                                      | <p>درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) مکان هندسی نقاطی که از دو خط متقاطع <math>d, d'</math> به یک فاصله‌اند، نیمساز زاویه بین آن دو خط می‌باشد.</p> <p>ب) صفحه‌ای با مولد سطح مخروط دوار، موازی است و از راس آن عبور نمی‌کند، فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی، یک بیضی است.</p> <p>پ) اگر ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; 2 &amp; -3 \\ 1 &amp; 0 &amp; -1 \\ 2 &amp; 1 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> باشد، مجموع درایه‌های سطر دوم <math>A^3</math> برابر ۵ می‌باشد.</p> <p>ت) اگر <math>A' = A</math> باشد در این صورت داریم: <math>(A+I)^2 = I + 2A</math></p> |                          |                   |
| ۳                                                                      | <p>اگر <math>A = [a_{ij}]_{3 \times 3}</math> به صورت <math>a_{ij} = \begin{cases} i, j &amp; i &gt; j \\ i^2 &amp; i = j \\ 2i - j &amp; i &lt; j \end{cases}</math> تعریف شده باشد، ماتریس <math>2A - 3I</math> را به دست آورید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                          |                   |
| ۴                                                                      | <p>اگر <math>A</math> ماتریسی <math>3 \times 3</math> باشد و <math> A  = -2</math> حاصل <math> A  \cdot A</math> را بیابید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                          |                   |
| ۵                                                                      | <p>اگر ضرب ماتریس‌های <math>A = \begin{bmatrix} x &amp; y \\ 2 &amp; -1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 4 &amp; 3 \\ 2 &amp; 4 \end{bmatrix}</math> تعویض پذیر باشد حاصل <math>\begin{bmatrix} 2 &amp; y \\ x &amp; -x \end{bmatrix}</math> را بیابید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                          |                   |
| ۶                                                                      | <p>دستگاه <math>\begin{cases} (m-2)x + 3y = m \\ 2x + (m+1)y = 2 \end{cases}</math> به ازای چه مقادیر <math>m</math> دارای جواب منحصر به فرد می‌باشد.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                          |                   |
| ۷                                                                      | <p>معادله دایره‌ای را بنویسید که نقاط <math>B(-2, 1), A(4, -1)</math> دو سر قطری از آن باشند.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                          |                   |
| ۸                                                                      | <p>حدود <math>a</math> را طوری به دست آورید که <math>x^2 + y^2 - 3x + 5y + a = 0</math> بتواند معادله یک دایره باشد.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                          |                   |
| «ادامه سؤالات در صفحه دوم»                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                          |                   |

|                                                                        |                                                                                |                          |                   |
|------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|-------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳                                       | رشته: ریاضی فیزیک                                                              | مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه    | ساعت شروع: ۱۰ صبح |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                           | نام و نام خانوادگی:                                                            | تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۱۹ | تعداد صفحه: ۲     |
| دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷ | مرکز سنجش آموزش و پرورش<br><a href="http://ace.medu.ir">http://ace.medu.ir</a> |                          |                   |

| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد)                                                                                                                                                               | نمره     |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| ۹    | دایره‌های $x^2 + y^2 - 2x = 4$ و $x^2 + y^2 = 4$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟                                                                                                            | ۱/۷۵     |
| ۱۰   | اگر در بیضی طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک باشد، اندازه زاویه $\widehat{FBE'}$ چند درجه است؟<br> | ۱/۵      |
| ۱۱   | معادله سهمی را بنویسید که $F(1, -2)$ کانون و $S(1, 2)$ راس آن باشد، سپس معادله خط هادی آن را بنویسید.                                                                                 | ۱/۲۵     |
| ۱۲   | اگر $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = (3, 1, -1)$ و $r = 2$ باشد، بردار $r\vec{b} - \vec{a}$ را به دست آورید.                                                    | ۱        |
| ۱۳   | اگر $\vec{c} = (-1, 1, 4)$ ، $\vec{b} = (3, -4, 2)$ ، $\vec{a} = (-1, -3, 0)$ باشند آنگاه تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b} + \vec{c}$ را به دست آورید.                         | ۱/۵      |
| ۱۴   | برای دو بردار غیر سفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برهم عمودند اگر و فقط اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .                                                   | ۱        |
| ۱۵   | بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض‌اند به طوری که $ \vec{a}  = 3$ ، $ \vec{b}  = 26$ ، $ \vec{a} \times \vec{b}  = 72$ ، مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b}$ را محاسبه کنید.              | ۱/۵      |
| ۱۶   | مساحت متوازی الاضلاعی که توسط بردارهای $\vec{a} = (1, 0, 1)$ و $\vec{b} = (0, 1, 1)$ تولید می‌شود را به دست آورید.                                                                    | ۱        |
|      | موفق و سربلند باشید                                                                                                                                                                   | جمع نمره |
|      |                                                                                                                                                                                       | ۲۰       |

|                                               |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |                                                                |  |                                         |  |
|-----------------------------------------------|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|----------------------------------------------------------------|--|-----------------------------------------|--|
| مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه                         |  | ساعت شروع: ۱۰ صبح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  | رشته: ریاضی فیزیک                                              |  | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |  |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۱۹                      |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                   |  |                                         |  |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  | دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷ |  |                                         |  |
| نمره                                          |  | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |                                                                |  | ردیف                                    |  |
| ۰/۵                                           |  | (الف) ماتریس اسکالر (۰/۲۵) (ب) ندارد (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |                                                                |  | ۱                                       |  |
| ۲                                             |  | (الف) درست (۰/۵) (ب) نادرست (۰/۵) (پ) نادرست (۰/۵) (ت) درست (۰/۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |                                                                |  | ۲                                       |  |
| ۱/۲۵                                          |  | $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \quad (۰/۵) \quad 2A - 3I = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 4 & 8 & 2 \\ 6 & 12 & 18 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 6 & 12 & 15 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                             |  |                                                                |  | ۳                                       |  |
| ۰/۷۵                                          |  | $\ A\  \cdot \ A\  = \ -2A\  = (-2)^T \ A\  = -8 \times (-2) = 16 \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |                                                                |  | ۴                                       |  |
| ۱/۵                                           |  | $\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \xrightarrow{۰/۲۵} \begin{bmatrix} 4x+2y & 2x+4y \\ 2x+4y & 2x+4y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x+6 & 4y-2 \\ 2x+8 & 2y-4 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$ $2x+8=5 \rightarrow x=-1 \quad (۰/۲۵) \quad , \quad 2y-4=2 \rightarrow y=2 \quad (۰/۲۵)$ $\begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = -2+4-2=0 \quad (۰/۲۵)$ |  |                                                                |  | ۵                                       |  |
| ۱                                             |  | $\begin{vmatrix} m-3 & 3 \\ 4 & m+1 \end{vmatrix} \neq 0 \xrightarrow{۰/۲۵} (m-3)(m+1)-12 \neq 0 \xrightarrow{۰/۲۵} m \neq 5, m \neq -3 \quad (۰/۲۵)$ $m \in \mathbb{R} - \{5, -3\} \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |                                                                |  | ۶                                       |  |
| ۱/۵                                           |  | $O\left(\frac{4-2}{2}, \frac{-1+1}{2}\right) = (1, 0) \quad (۰/۵) \quad , \quad  AB  = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10} \xrightarrow{۰/۲۵} r = \sqrt{10} \quad (۰/۲۵)$ $(x-1)^2 + y^2 = 10 \quad (۰/۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |  |                                                                |  | ۷                                       |  |
| ۱                                             |  | $a^2 + b^2 - 4c > 0 \xrightarrow{۰/۲۵} 9 + 25 - 4a > 0 \xrightarrow{۰/۲۵} 4a < 34 \xrightarrow{۰/۲۵} a < \frac{17}{2} \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |  |                                                                |  | ۸                                       |  |
| ادامه در صفحه دوم                             |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |                                                                |  |                                         |  |

|                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                               |                       |
|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳                        | رشته: ریاضی فیزیک                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ساعت شروع: ۱۰ صبح                             | مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۱۹                      |                       |
| دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir |                       |
| ردیف                                                           | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                               | نمره                  |
| ۹                                                              | $O(0,0), O'(1,0) \quad r=2, r'=\sqrt{5}$ $OO'=\sqrt{1^2+0^2}=1 \Rightarrow  r-r' =\sqrt{5}-2 < OO' < r+r'=\sqrt{5}+2$ <p>دو دایره متقاطع می باشند. ۰/۲۵</p>                                                                                                                                                                                                                                          |                                               |                       |
| ۱۰                                                             |  $a=2b \rightarrow c^2=a^2-b^2=4b^2-b^2=3b^2 \xrightarrow{0/25} c=\sqrt{3}b \quad 0/25$ $\tan B_1 = \frac{OF}{OB} = \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{3}b}{b} = \sqrt{3} \xrightarrow{0/5} B_1=60^\circ \xrightarrow{0/25}$ $\angle BFB' = 2 \times 60^\circ = 120^\circ \quad 0/25$                                        |                                               |                       |
| ۱۱                                                             | با توجه به جایگاه راس و کانون این سهمی در دستگاه مختصات خواهیم داشت: سهمی رو به پایین و<br>معادله خط هادی: $y=6$ (۰/۵)<br>معادله سهمی: $(x-1)^2 = -16(y-2)$ (۰/۵)                                                                                                                                                                                                                                    |                                               |                       |
| ۱۲                                                             | $\vec{a}=(2,2,-1) \xrightarrow{0/25} \vec{rb}-\vec{a}=\vec{rb}-\vec{a}=(6,2,-2)-(2,2,-1)=(4,0,-1) \quad (0/25)$                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                               |                       |
| ۱۳                                                             | $\vec{b}+\vec{c}=(2,-3,6) \quad (0/25), \vec{a}'=\frac{\vec{a} \cdot (\vec{b}+\vec{c})}{ \vec{b}+\vec{c} }(\vec{b}+\vec{c})=\frac{(-1,-3,0) \cdot (2,-3,6)}{49}(2,-3,6)=\frac{1}{7}(2,-3,6) \quad (0/5)$                                                                                                                                                                                             |                                               |                       |
| ۱۴                                                             | $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta = 0 \xrightarrow{0/25} \cos \theta = 0 \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \quad (0/25)$                                                                                                                                                                                                                               |                                               |                       |
| ۱۵                                                             | $ \vec{a} \times \vec{b}  =  \vec{a}   \vec{b}  \sin \theta \Rightarrow 12 = 3 \times 26 \times \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{12}{78} \xrightarrow{0/25} \cos \theta = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{12}{78}\right)^2} = \pm \frac{5}{13} \quad (0/25)$ $\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta = 3 \times 26 \times \left(\pm \frac{5}{13}\right) = \pm 30 \quad (0/25)$ |                                               |                       |
| ۱۶                                                             | $\vec{a} \times \vec{b} = (-1,-1,1) \quad (0/25) \quad S =  \vec{a} \times \vec{b}  = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3} \quad (0/25)$                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                               |                       |
| ۲۰                                                             | "مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                               |                       |