

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶	ساعت شروع: ۱۰ صبح
رشته : ریاضی فیزیک	پایه : دوازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

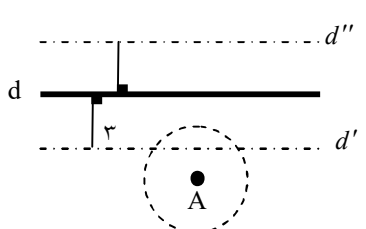
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

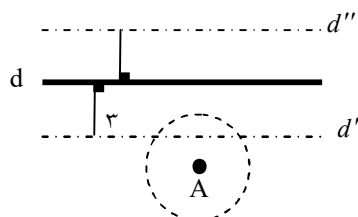
استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.

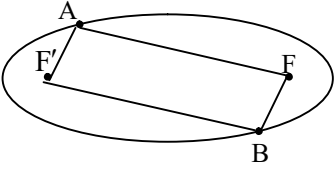
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید . الف) حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی ب) در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (l) عمود نباشد و با مولد آن (d) نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک حاصل یک خواهد بود.. پ) راس سهمی به معادله $y^2 + 2x - 2y = 0$ نقطه به مختصات است. ت) حاصل ضرب خارجی دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ که با هم موازی هستند، برابر بردار است.	۱
۲	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر برای ماتریس های متمایز A، B و C داشته باشیم، $AB=AC$، آنگاه لزوماً $B=C$ است ب) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع d، d' به یک فاصله اند، نیمساز زاویه بین آن دو خط می باشد. پ) نقطه (۳، -۲) روی دایره $x^2 + y^2 + 2x = 0$ قرار دارد. ت) برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$، حاصل $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ است.	۱
۳	اگر $A = [a_{ij}]$ یک ماتریس 3×3 با درآیه های $a_{ij} = \begin{cases} i-j & i < j \\ 2 & i = j \\ i+j & i > j \end{cases}$ باشد، درآیه های a_{12}, a_{31}, a_{33} را به دست آورید.	۰/۷۵
۴	مقادیر X و Y را از معادله زیر به دست آورید. $\begin{bmatrix} x & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & y-2 \end{bmatrix}$	۱
۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقادیر a و b را طوری به دست آورید که $A \times B$ ماتریس قطری باشد.	۱
۶	دستگاه مقابل را با استفاده از A^{-1} حل کنید. $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$	۱/۵
	« ادامه سوالات در صفحه دوم »	

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶	ساعت شروع: ۱۰ صبح
رشته : ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۷	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ و I_3 ماتریس همانی 3×3 باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $ A \times B + 2I_3 =$	۱/۲۵
۸	نقطه A و خط d در صفحه مفروض اند. نقطه ای را بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی متر و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد. بحث کنید.	۱/۵
۹	معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $4x + 3y = -5$ بر آن مماس باشد.	۱/۲۵
۱۰	وضعیت دو دایره $x^2 + y^2 = 1$ و $x^2 + (y-1)^2 = 1$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۲
۱۱	دو نقطه A و B مطابق شکل روی بیضی و نقاط F و F' کانون‌های بیضی‌اند. اگر $AF' = BF$ باشد ثابت کنید دوپاره خط AF و BF' موازی‌اند.	۱
۱۲	معادله سهمی را بنویسید که رأس $A(1, 2)$ و $F(1, -2)$ کانون آن باشد، و سپس معادله خط هادی آن را بیابید.	۱/۲۵
۱۳	نقاط $A = (1, 2, 1)$ و $B = (2, 2, 1)$ و $C = (3, 2, -1)$ را در فضا در نظر می‌گیریم، کدام‌ها روی خط $\begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ قرار دارند؟ چرا؟	۱
۱۴	دو بردار $\vec{a} = (1, 2, -1)$ و $\vec{b} = (0, 2, -1)$ را در نظر بگیرید. (الف) بردار $\vec{a}$ در کدام ناحیه از فضای $\mathbb{R}^3$ واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود) (ب) طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۵	برای هر دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید: اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ باشد آنگاه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برهم عمودند.	۱
۱۶	بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را در نظر بگیرید. تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ بیابید.	۱
۱۷	مساحت متوازی الاضلاعی را به دست آورید که توسط دو بردار $\vec{a} = (3, 2, 1)$ و $\vec{b} = (2, 0, 1)$ به وجود می‌آید.	۱
	موفق و سربلند باشید .	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
۱	الف) ندارد (۰/۲۵) ب) بیضی (۰/۲۵) پ) $(\frac{1}{2}, 1)$ (۰/۲۵) ت) صفر (۰/۲۵)			۱
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵)			۱
۳	$a_{۳۳} = ۲(۰/۲۵), a_{۳۱} = ۳ + ۱ = ۴(۰/۲۵), a_{۱۲} = ۱ - ۲ = -۱(۰/۲۵)$			۰/۷۵
۴	$\underbrace{\begin{bmatrix} 2x & 4x-2 \end{bmatrix}}_{\cdot/۵} = \underbrace{\begin{bmatrix} 4 & y-2 \end{bmatrix}}_{\cdot/۵} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 4 \Rightarrow x = 2(۰/۲۵) \\ 4x - 2 = y - 2 \Rightarrow y = 8(۰/۲۵) \end{cases}$			۱
۵	$\underbrace{A \times B}_{\cdot/۵} = \underbrace{\begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix}}_{\cdot/۵} \Rightarrow \begin{cases} 2a - 8 = 0 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4(۰/۲۵) \\ b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3(۰/۲۵) \end{cases}$			۱
۶	$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} (۰/۲۵), A = 3+10=13 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} (۰/۲۵), B = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$ $\underbrace{X}_{\cdot/۲۵} = \underbrace{A^{-1} \times B}_{\cdot/۲۵} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} -1+40 \\ 2+24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 3, y = 2(۰/۵)$			۱/۵
۷	$ A = (4-9-4) - (-4-12+3) = -9+13=4 (۰/۲۵), B = -6 (۰/۲۵)$ $ A \times B + 2I_3 = \underbrace{ A \times B }_{\cdot/۵} + \underbrace{8 I }_{\cdot/۲۵} = -24+8=-16$			۱/۲۵
۸	مکان هندسی نقاطی که از A به فاصله ۲ سانتی متر باشد یک دایره به مرکز A و شعاع ۲ سانتی متر است این دایره را رسم می کنیم (۰/۲۵) نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد دو خط d', d'' در طرفین خط d و به موازات d است این دو خط را رسم می کنیم (۰/۲۵) محل برخورد دو خط d', d'' با دایره مطابق شکل جواب مساله است. اگر یکی از دو خط d' یا d'' دایره را قطع کند مساله ۲ جواب دارد. (۰/۲۵) اگر یکی از دو خط d' یا d'' بردایره مماس باشد مساله ۱ جواب دارد. (۰/۲۵) اگر هیچ یک از دو خط d' یا d'' دایره را قطع نکند مساله ۰ جواب ندارد. (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۲۵) 			۱/۵
« ادامه در صفحه دوم »				



راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدّت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۹	$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \quad (0/25) \\ y=-1 \quad (0/25) \end{cases}, r = \frac{ 4(2)+3(-1)+5 }{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (0/5)$ مرکز دایره $O(2, -1)$ و شعاع آن برابر $r=2$ است. معادله دایره برابر با: $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ $(0/25)$ است.						۱/۲۵
۱۰	مرکز و شعاع دایره $x^2 + y^2 = 1$ برابر است با: $O = (0, 0), r = 1$ $(0/5)$ و مرکز و شعاع دایره $x^2 + (y-1)^2 = 1$ برابر $O' = (0, 1), r' = 1$ $(0/5)$ فاصله دو مرکز برابر $OO' = \sqrt{2}$ $(0/25)$ و $r - r' = 0$ و $r + r' = 2$ $(0/25)$ $(0/25) \quad r - r' < OO' < r + r'$ بنابراین دو دایره متقاطع اند $(0/25)$						۲
۱۱	نقاط A و B را به کانون های بیضی وصل می کنیم  نقطه A روی بیضی قرار دارد بنا به تعریف بیضی (۱) $AF + AF' = 2a$ $(0/25)$ نقطه B روی بیضی قرار دارد (۲) $BF + BF' = 2a$ $(0/25)$ از (۱) و (۲) و فرض $AF' = BF$ نتیجه می شود $AF = BF'$ $(0/25)$ بنابراین چهارضلعی $AFBF'$ یک متوازی الاضلاع است در متوازی الاضلاع، ضلع های روبرو موازی اند. $AF \parallel BF'$ $(0/25)$						۱
۱۲	با توجه به جایگاه رأس و کانون این سهمی در دستگاه مختصات خواهیم داشت: سهمی رو به پایین و $a = 4$ $(0/25)$ معادله سهمی: $(x-1)^2 = -16(y-2)$ $(0/5)$ معادله خط هادی: $y = 6$ $(0/5)$						۱/۲۵
۱۳	نقاط A, B $(0/5)$ زیرا در این دونقطه $y=2$ و $z=1$ می باشد. $(0/5)$						۱
۱۴	الف) بردار $\vec{a}$ در ناحیه ۵ واقع است. $(0/5)$ ب) $2\vec{a} - \vec{b} = (2, 2, -1) \Rightarrow 2\vec{a} - \vec{b} = \sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3$ $(0/5)$						۰/۵ ۱
۱۵	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \underbrace{ \vec{a} \vec{b} \cos \theta}_{0/5} = 0 \Rightarrow \underbrace{\cos \theta}_{0/25} = 0 \Rightarrow \underbrace{\theta}_{0/25} = \frac{\pi}{2}$						۱
« ادامه در صفحه سوم »							

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{2+1+0}{1+1+0} (1, -1, 0) = \frac{3}{2} (1, -1, 0)$ $\underbrace{\quad\quad\quad}_{0/25}$ $\underbrace{\quad\quad\quad}_{0/5}$ $\underbrace{\quad\quad\quad}_{0/25}$	۱۶
۱	$\vec{a} \times \vec{b} = (3, 2, 1) \times (2, 0, 1) = (2, -1, -4) \quad (0/5)$ $S = \vec{a} \times \vec{b} = \sqrt{4+1+16} = \sqrt{21} \quad (0/5)$	۱۷
۲۰	جمع نمره موفق و سربلند باشید	

" مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود "