

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی-فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
	نمره		

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} -3 & & \\ & 2k-1 & \\ & & 2 \end{bmatrix}$ ، مقدار k برابر است. ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل است. پ) حجم متوازی السطوحی که روی بردارهای واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بنا می‌شود، برابر است.	۰/۷۵
۲	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $A_{n \times n}$ ماتریس دلخواه و I_n ماتریس همانی و $A^T - A = I$ باشد، وارون ماتریس A ، برابر $(I - A)$ است. ب) مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارج هستند، دایره $C'(O, 2r)$ است. پ) بردار $\vec{a} = \left(0, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ ، یک بردار یکه است.	۰/۷۵
۳	ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} j-1 & i > j \\ i^2 - j & i = j \\ 1-i & i < j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. الف) حاصل $A \times B$ را به دست آورید. ب) دترمینان ماتریس B را به دست آورید. (با روش دلخواه)	۲
۴	دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ 2y - x = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	۱/۲۵
۵	اگر A ماتریسی 3×3 باشد و $ A = -2$ ، حاصل $ 2A + A^{-1} ^3$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۶	اگر $A = \begin{bmatrix} 2x-y & 5 \\ z & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ و $A = B$ باشند، حاصل $x^2 - 2y + z$ را به دست آورید.	۱
۷	نقطه‌ای A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله‌ی ۳ سانتیمتر و از d به فاصله‌ی ۴ سانتیمتر باشد. (درمورد حالت‌های مختلف جواب بحث کنید).	۱/۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی-فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
	نمره		

۸	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(۰,۱)$ بوده و با دایره $(x-۲)^2 + (y-۳)^2 = ۱۶$ مماس داخل باشد.	۱/۵
۹	وضعیت خط $x+y=۳$ و دایره $x^2+y^2-۲y-۳=۰$ را تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در بیضی زیر، خروج از مرکز برابر $\frac{۴}{۵}$ است. نسبت مساحت مثلث $OB'F'$ به مساحت مثلث OAB' را بیابید.	۱/۵
۱۱	در شکل زیر، سهمی با راس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا d را در نقطه N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$	۱/۵
۱۲	اگر $ \vec{a} = ۱۰$ و $ \vec{b} = ۲$ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = ۱۲$ باشند و زاویه بین دو بردار حاده باشد، مقدار $ \vec{a} \times \vec{b} $ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	بردارای عمود بر دو بردار $\vec{a} = (۳, -۱, ۲)$ و $\vec{b} = (۱, ۲, -۱)$ بیابید.	۱
۱۴	اگر $\vec{a} = (۱, -۳, ۴)$ و $\vec{b} = ۳\vec{i} - ۴\vec{j} + ۲\vec{k}$ باشند، آنگاه تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{a} - \vec{b}$ بیابید.	۱/۵
۱۵	فرض کنید $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهایی به طول ۵ هستند که با یکدیگر زاویه $\frac{\pi}{۴}$ می‌سازند. مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $۲\vec{a}$ تولید می‌شود را بیابید.	۱/۵
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲							
ردیف		راهنمای تصحیح					
		نمره					

۱	الف) $k = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) ص ۱۲ ب) دو خط متقاطع (۰/۲۵) ص ۳۹ پ) یک (۰/۲۵) ص ۸۲ و ص ۸۳ (۰/۷۵)	۰/۷۵
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۲۲ ب) درست (۰/۲۵) ص ۳۹ پ) درست (۰/۲۵) ص ۷۵ (۰/۷۵)	۰/۷۵
۳	ص ۲۱ و ص ۲۸ $A = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 2 & -1 \\ \cdot & 1 & 6 \end{bmatrix}$ (۰/۵) الف) $A \times B = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ -5 & -4 & 3 \\ 4 & 11 & -5 \end{bmatrix}$ (۰/۷۵) ب) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ $ B = \underbrace{(-1 + 1 - 8)}_{(۰/۲۵)} - \underbrace{(-2 - 2 + 2)}_{(۰/۲۵)} = -6$ (۰/۲۵)	۲
۴	ص ۲۴ $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ $A^{-1} = \frac{1}{\underbrace{6-4}_{(۰/۲۵)}} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) $\rightarrow$ $\underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{(۰/۵)} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$	۱/۲۵
۵	ص ۳۱ $ 2A + A^{-1} ^2 = \underbrace{2^2 A }_{(۰/۲۵)} + \underbrace{\frac{1}{ A }}_{(۰/۵)} = \underbrace{8(-2)}_{(۰/۲۵)} + \frac{1}{-8} = \frac{-129}{8}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۶	ص ۲۰ $z = -3$ (۰/۲۵) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 1$ (۰/۵) $\rightarrow$ $x^2 - 2y + z = -1$ (۰/۲۵)	۱
ادامه در صفحه دوم		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲							
ردیف		راهنمای تصحیح					
		نمره					

۷	ص ۳۹ - مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی ثابت ۳ سانتی‌متر هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ سانتی‌متر است. $(۰/۲۵)$ مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر باشند، دو خط موازی با d و در طرفین خط d است. $(۰/۵)$ اشتراک این دو مکان هندسی را در نظر می‌گیریم. اگر دایره دو خط موازی را قطع نکند، جوابی نخواهد داشت. $(۰/۲۵)$ اگر دایره بر یکی از خطوط موازی مماس باشد، یک جواب دارد. $(۰/۲۵)$ اگر دایره یکی از دو خط موازی را قطع کند دو جواب خواهد داشت. $(۰/۲۵)$ (بررسی تعداد حالات با رسم شکل نیز صحیح است و نمره‌ی مربوطه لحاظ گردد.)	۱/۵
۸	ص ۴۴ $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16 \rightarrow O'(2,3) \text{ و } r'=4 \quad (۰/۲۵)$ $d = OO' = \sqrt{(0-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{8} \quad (۰/۲۵)$ $ r-r' = d \quad (۰/۲۵) \rightarrow r-4 = \sqrt{8} \rightarrow r = 4 \pm 2\sqrt{2} \quad (۰/۲۵)$ $(x-0)^2 + (y-1)^2 = (4 \pm 2\sqrt{2})^2 \quad (۰/۵)$	۱/۵
۹	ص ۴۵ روش اول: $x+y=3 \Rightarrow y=3-x \quad (۰/۲۵)$ $x^2+y^2-2y-3=0 \rightarrow x^2+(3-x)^2-2(3-x)-3=0 \quad (۰/۲۵)$ $2x^2-4x=0 \quad (۰/۵)$ دلتای معادله‌ی اخیر مثبت است $(۰/۲۵)$ بنابراین دو ریشه متمایز دارد که طول نقاط تقاطع است. پس خط و دایره متقاطع‌اند. $(۰/۲۵)$ روش دوم: $x^2+y^2-2y-3=0 \Rightarrow O(0,1) \text{ و } r=\frac{1}{2}\sqrt{4+12}=2 \quad (۰/۵)$ $OH = \frac{ 0+1-3 }{\sqrt{1+1}} = \sqrt{2} < 2 \quad (۰/۵)$ پس خط و دایره متقاطع‌اند. $(۰/۲۵)$	۱/۵
ادامه در صفحه سوم		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲				
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره

۱۰	ص ۴۸	$\frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (۰/۲۵)$ $\frac{S_{\Delta OBF'}}{S_{\Delta OAB}} = \frac{\frac{1}{2} OB \times OF' (۰/۲۵)}{\frac{1}{2} OB \times OA (۰/۲۵)} = \frac{\frac{1}{2} bc (۰/۲۵)}{\frac{1}{2} ba (۰/۲۵)} = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (۰/۲۵)$	۱/۵
۱۱	ص ۵۸	بنا به تعریف سهمی $MT = MF$ و لذا مثلث MFT متساوی الساقین است پس $(۰/۲۵) \widehat{MTF} = \widehat{MFT}$ از طرفی FT و $FH \parallel MT$ خط مورب می باشد پس بنابر قضیه خطوط موازی و مورب $(۰/۲۵) \widehat{MTF} = \widehat{TFH}$ از دو رابطه ی اخیر نتیجه می شود که TF نیمساز زاویه ی NFH می باشد. $(۰/۲۵)$ با استفاده از قضیه نیمساز در مثلث FHN داریم: $\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{FA} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH} \quad (۰/۲۵)$ (برای اثبات با استفاده از قضیه تالس نیز نمره لحاظ گردد.)	۱/۵
۱۲	ص ۸۴	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \quad (۰/۲۵) \rightarrow 12 = 10 \times 2 \times \cos \theta \rightarrow \cos \theta = \frac{3}{5} \quad (۰/۲۵)$ $\sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5} \quad (۰/۵) \quad (\theta \text{ حاده است})$ $ \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \sin \theta = 2 \times 10 \times \frac{4}{5} = 16 \quad (۰/۲۵)$	۱/۵
۱۳	ص ۸۴	$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ $\vec{a} \times \vec{b} = \underbrace{-3\vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{k}}_{(۰/۲۵)} = (-3, 5, 7)$	۱
ادامه در صفحه چهارم			

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲				
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره

۱۴	ص ۸۴	$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (-2, 1, 2) \quad (0/5)$ $\vec{a'} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{d}}{ \vec{d} } \vec{d} = \frac{(-2-3+8)}{(-2)^2+1^2+2^2} (-2, 1, 2) = \left(\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ $(0/25)$	۱/۵
۱۵	ص ۸۴	$S = \frac{1}{2} \vec{a} \times (\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2} \vec{a} \times \vec{a} + \vec{a} \times \vec{b} \quad (0/25)$ $S = \frac{1}{2} 0 + \vec{a} \times \vec{b} = \frac{ \vec{a} \times \vec{b} }{2} = \frac{ \vec{a} \vec{b} \sin \theta }{2} = 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25\sqrt{2}}{2} \quad (0/25)$	۱/۵
۲۰	جمع نمره	موفق و سربلند باشید.	