

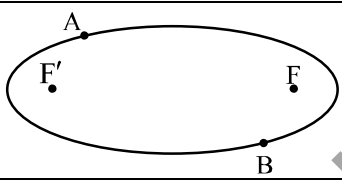
|                                                                                   |                         |                        |                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|------------------------|------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳                                                 | رشته : ریاضی فیزیک      | تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲ | ساعت شروع: ۸ صبح |
| پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                     | نام و نام خانوادگی :    | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه  | تعداد صفحه: ۲    |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸ |                         |                        |                  |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir                               |                         |                        |                  |
| ردیف                                                                              | سؤالات (پاسخ نامه دارد) |                        |                  |
|                                                                                   | نمره                    |                        |                  |

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است .

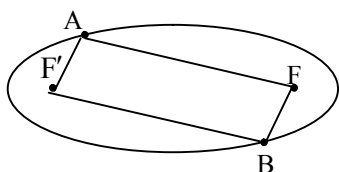
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱ | جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید .<br>الف) شرط لازم و کافی برای اینکه ماتریس مربعی A وارون پذیر باشد آن است که دترمینان ماتریس A ..... باشد .<br>ب) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.<br>پ) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد بیضی تبدیل به یک ..... می شود.<br>ت) حاصل ضرب داخلی دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ که بر هم عمود هستند، برابر ..... است. | ۱    |
| ۲ | درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.<br>الف) اگر برای ماتریس‌های متمایز A، B و C داشته باشیم، $AB=AC$ ، آنگاه لزوماً $B=C$ است.<br>ب) در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (I) عمود نباشد و با مولد آن (d) نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک حاصل یک بیضی خواهد بود.<br>پ) نقطه $A(2, -3, 0)$ روی صفحه $xOy$ قرار دارد.                                                                                                                                | ۰/۷۵ |
| ۳ | اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $ A^3 $ را محاسبه کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | ۱    |
| ۴ | در معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ مقدار x را بیابید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ۱/۲۵ |
| ۵ | مقدار m را چنان بیابید که دستگاه $\begin{cases} mx + 3y = -3 \\ 4x + (m+4)y = 2 \end{cases}$ جواب نداشته باشد.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | ۱/۲۵ |
| ۶ | معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط $x+y=1$ و $x-y=3$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $4x+3y=-5$ بر آن مماس باشد.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | ۱/۵  |
| ۷ | در نقطه $A(2, 3)$ روی دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ مماسی رسم کرده‌ایم، معادله این خط مماس را به دست آورید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | ۱    |
| ۸ | اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{3}{5}$ و طول قطر کوچک بیضی ۱۶ باشد، طول قطر بزرگ بیضی و فاصله کانونی آن را به دست آورید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | ۱/۵  |
|   | « ادامه سؤالات در صفحه دوم »                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |

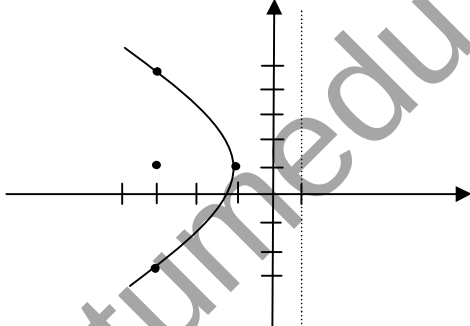
|                                                                                   |                     |                        |                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------|------------------------|------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳                                                  | رشته: ریاضی فیزیک   | تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲ | ساعت شروع: ۸ صبح |
| پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                     | نام و نام خانوادگی: | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه  | تعداد صفحه: ۲    |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸ |                     |                        |                  |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir                               |                     |                        |                  |

| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|------|-------------------------|------|
|------|-------------------------|------|

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |             |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| ۹  | <p>دو نقطه A و B مطابق شکل روی بیضی و نقاط F و F' کانونهای بیضی اند. اگر <math>AF' = BF</math> باشد ثابت کنید دو پاره خط AF و BF' موازی اند.</p>                                                                                                                                                               | ۱/۲۵        |
| ۱۰ | <p>سهمی <math>y^2 - 2y + 8x + 9 = 0</math> مفروض است.</p> <p>الف) مختصات رأس، کانون و خط هادی سهمی را به دست آورید.</p> <p>ب) نمودار آن را رسم کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                        | ۲           |
| ۱۱ | <p>به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) معادله صفحه‌های را بنویسید که از نقطه <math>A = (2, 3, 4)</math> بگذرد و با صفحه XOY موازی باشد.</p> <p>ب) معادلات <math>\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}</math> مربوط به کدام محور است؟</p> <p>پ) در فضای <math>\mathbb{R}^3</math>، نقطه A به طول ۲ روی محور طولها و نقطه <math>B = (-4, 6, -3)</math> مفروض اند مختصات وسط AB را بیابید.</p> | ۱/۵         |
| ۱۲ | <p>اگر <math>\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{k}</math> و <math>\vec{b} = (1, 2, 1)</math> باشد، طول بردار <math>\vec{a} - 2\vec{b}</math> را به دست آورید.</p>                                                                                                                                                                                                                                        | ۱           |
| ۱۳ | <p>بردارهای <math>\vec{a} = (1, -3, 2)</math> و <math>\vec{b} = (-2, 1, -5)</math> را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) تصویر قائم بردار <math>\vec{a}</math> را بر امتداد بردار <math>\vec{b}</math> به دست آورید.</p> <p>ب) برداری عمود بر دو بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> بنویسید.</p>                                                                                         | ۱/۷۵        |
| ۱۴ | <p>ثابت کنید: دو بردار غیر صفر <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> با هم موازی هستند اگر و فقط اگر <math>\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                   | ۱           |
| ۱۵ | <p>مقدار m را طوری تعیین کنید که سه بردار <math>\vec{a} = (1, m, -1)</math>، <math>\vec{b} = (2, 3, -1)</math> و <math>\vec{c} = (1, -1, 3)</math> در یک صفحه باشند.</p>                                                                                                                                                                                                                        | ۱           |
| ۱۶ | <p>اگر طول بردارهای <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> به ترتیب ۴ و ۶ و <math>\vec{a} \cdot \vec{b} = 12</math> باشد، مساحت مثلث بنا شده توسط دو بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> را به دست آورید.</p>                                                                                                                                                                | ۱/۲۵        |
|    | موفق و سربلند باشید                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | جمع نمره ۲۰ |

|                                                                           |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |                                                     |  |                       |  |
|---------------------------------------------------------------------------|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|-----------------------------------------------------|--|-----------------------|--|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳                                   |  | رشته: ریاضی فیزیک                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  | ساعت شروع: ۸ صبح                                    |  | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |  |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                              |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  | تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲                              |  |                       |  |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸ |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |  |                       |  |
| ردیف                                                                      |  | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |                                                     |  | نمره                  |  |
| ۱                                                                         |  | (الف) $ A  \neq 0$ یا مخالف صفر (۰/۲۵)<br>(ب) ویژگی مشترک (۰/۲۵)<br>(پ) دایره (۰/۲۵)<br>(ت) صفر یا $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                              |  |                                                     |  | ۱                     |  |
| ۲                                                                         |  | (الف) نادرست (۰/۲۵)<br>(ب) درست (۰/۲۵)<br>(پ) درست (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |                                                     |  | ۰/۲۵                  |  |
| ۳                                                                         |  | $ A  = 2(4-3) = 2 \xrightarrow{(۰/۵)}  A^T  =  A ^T = 8$ (۰/۲۵)<br>(۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |                                                     |  | ۱                     |  |
| ۴                                                                         |  | $\begin{bmatrix} 3x-6 & -6x+12 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{(۰/۵)} 0 \rightarrow [-3x+6-6x+12] = 0 \xrightarrow{(۰/۲۵)} -9x+18=0 \xrightarrow{(۰/۲۵)} x=2$ (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                          |  |                                                     |  | ۱/۲۵                  |  |
| ۵                                                                         |  | $\frac{m}{4} = \frac{3}{m+4} \neq \frac{-3}{2} \xrightarrow{(۰/۵)} m(m+4)-12=0 \xrightarrow{(۰/۲۵)} \begin{cases} m=-6 \text{ (۰/۲۵)} \\ m=2 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$<br>غیرقابل قبول<br>قابل قبول                                                                                                                                                                              |  |                                                     |  | ۱/۲۵                  |  |
| ۶                                                                         |  | $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \text{ (۰/۲۵)} \\ y=-1 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}, r = \frac{ 4(2)+3(-1)+5 }{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{10}{5} = 2$ (۰/۲۵)<br>مرکز دایره $O(2,-1)$ و شعاع آن برابر $r=2$ است. معادله دایره برابر با: $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ (۰/۲۵) است.                                                                      |  |                                                     |  | ۱/۵                   |  |
| ۷                                                                         |  | $O(1,1) \xrightarrow{(۰/۲۵)} m_{OA} = \frac{3-1}{2-1} = 2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} m' = -\frac{1}{2} \xrightarrow{(۰/۲۵)} y-3 = -\frac{1}{2}(x-2)$ (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                              |  |                                                     |  | ۱                     |  |
| ۸                                                                         |  | $\frac{c}{a} = \frac{3}{5} \rightarrow c = \frac{3}{5}a, b=8 \xrightarrow{(۰/۲۵)} a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a^2 = 64 + \frac{9}{25}a^2 \rightarrow a=10, c=6$ (۰/۵)<br>(۰/۲۵)<br>طول قطر بزرگ ۲۰ و فاصله کانونی ۱۲ (۰/۲۵)                                                                                                                                                        |  |                                                     |  | ۱/۵                   |  |
| ۹                                                                         |  | نقاط A و B را به کانون های بیضی وصل می کنیم<br>نقطه A روی بیضی قرار دارد بنا به تعریف بیضی (۱) $AF + AF' = 2a$ (۰/۲۵)<br>نقطه B روی بیضی قرار دارد (۲) $BF + BF' = 2a$ (۰/۲۵)<br>از (۱) و (۲) و فرض $(AF' = BF)$ نتیجه می شود $AF = BF'$ (۰/۲۵)<br>بنابراین چهارضلعی $AFBF'$ یک متوازی الاضلاع است (۰/۲۵) در متوازی الاضلاع، ضلع های روبرو موازی اند.<br>$AF \parallel BF'$ (۰/۲۵) |  |                                                     |  | ۱/۲۵                  |  |
|                                                                           |  | ادامه در صفحه دوم                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |                                                     |  |                       |  |



|                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                               |                                         |
|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه                               | ساعت شروع: ۸ صبح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | رشته: ریاضی فیزیک                                                                                                                                                                                                                                             | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                                                                                                                                                                                                  |                                         |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸                                                                                                                                                                                     |                                         |
| نمره                                                | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                               | ردیف                                    |
| ۲                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | الف -<br>$(y-1)^2 = -8(x+1) \quad (0/25) \rightarrow A(-1,1) \quad (0/25)$<br>دهانه سهمی به چپ و $a = 2$ ، خط هادی $x = 1 \quad (0/25)$ و<br>کانون سهمی $F(-3,1) \quad (0/25)$<br>ب-نقاط کمکی: $B' = (-3, -3)$ ، $B = (-3, 5) \quad (0/5)$<br>رسم شکل $(0/5)$ | ۱۰                                      |
| ۱/۵                                                 | (الف) $z = 4 \quad (0/5)$ ب) محور $y$ ها $(0/5)$<br><br>پ) نقطه $A = (2, 0, 0) \quad (0/25)$ و مختصات وسط $AB$ برابر است با: $(-1, 3, \frac{-3}{2}) \quad (0/25)$                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                               | ۱۱                                      |
| ۱                                                   | $\vec{a} - 2\vec{b} = \underbrace{(2, 0, -1)}_{(0/25)} - \underbrace{(2, 4, 2)}_{(0/25)} = (0, -4, -3) \quad (0/25)$ ، $ \vec{a} - 2\vec{b}  = \sqrt{16+9} = 5 \quad (0/25)$                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                               | ۱۲                                      |
| ۱/۷۵                                                | الف) $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{-2-3-10}{4+1+25} \underbrace{(-2, 1, -5)}_{(0/5)} = \frac{-1}{2} \underbrace{(-2, 1, -5)}_{(0/25)} = (1, -\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$<br><br>ب) $\vec{a} \times \vec{b} = (1, -3, 2) \times (-2, 1, -5) = (13, 1, -5) \quad (0/5)$<br><br>یا: $\vec{b} \times \vec{a} = (-2, 1, -5) \times (1, -3, 2) = (-13, -1, 5) \quad (0/5)$ |                                                                                                                                                                                                                                                               | ۱۳                                      |
| ۱                                                   | $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow  \vec{a} \times \vec{b}  =  \vec{0}  \Leftrightarrow  \vec{a}   \vec{b}  \sin \theta = 0 \xleftarrow{ \vec{a}  \neq 0,  \vec{b}  \neq 0} \sin \theta = 0 \Leftrightarrow \theta = 0 \vee \theta = \pi \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}$                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                               | ۱۴                                      |
| ۱                                                   | $\vec{b} \times \vec{c} = (2, 3, -1) \times (1, -1, 3) = (8, -7, -5) \quad (0/25)$<br>$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0 \xrightarrow{(0/25)} (1, m, -11) \cdot (8, -7, -5) = 8 - 7m + 55 = 0 \xrightarrow{(0/25)} m = 9 \quad (0/25)$                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                               | ۱۵                                      |
| «ادامه در صفحه سوم»                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                               |                                         |

|                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                     |                       |
|---------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳                                   | رشته: ریاضی فیزیک                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | ساعت شروع: ۸ صبح                                    | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲                              |                       |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |                       |
| ردیف                                                                      | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                     |                       |
| نمره                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                     |                       |
| ۱۶                                                                        | <p>۱/۲۵ <math>\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a}   \vec{b} } = \frac{12}{4 \times 6} = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>روش اول:</p> <p><math>S_{\text{مربع}} = \frac{1}{2}  \vec{a} \times \vec{b}  = \frac{1}{2}  \vec{a}   \vec{b}  \sin \theta = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>روش دوم:</p> <p><math> \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 =  \vec{a} ^2  \vec{b} ^2 \quad (۰/۲۵) \longrightarrow  \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (12)^2 = (4)^2 (6)^2</math><br/> <math>\longrightarrow  \vec{a} \times \vec{b}  = 12\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>مساحت مثلث برابر است با</p> <p><math>S = \frac{1}{2}  \vec{a} \times \vec{b}  = 6\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)</math></p> |                                                     |                       |
| ۲۰                                                                        | " مصحح گرامی ، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود "                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                     |                       |