

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی-فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			

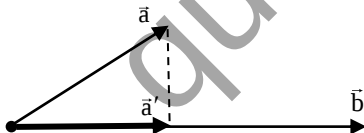
استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

سؤالات فصل اول

۱	ماتریس های $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x+1 & y+2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید، اگر $A + B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مقادیر x و y را به دست آورید.	۰/۵
۲	ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$ معرفی شده است، مقدار k را طوری پیدا کنید که رابطه $k kA = 625$ برقرار باشد.	۱/۲۵
۳	در تساوی ماتریسی $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A را به دست آورید.	۱/۲۵
۴	اگر $A = \begin{bmatrix} A & 0 & 1 \\ 1 & A & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $ A $ را بیابید.	۱

سؤالات فصل دوم

۵	الف) مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله اند، آن زاویه است. ب) بیضی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشد. (درست - نادرست)	۰/۵
۶	معادله دایره ای را بنویسید که $O(1, 0)$ مرکز آن بوده و بر خط $x = -3$ مماس باشد.	۰/۷۵
۷	مقدار C را چنان بیابید که دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y + C = 0$ بر دایره $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$ مماس بیرون باشد.	۱/۷۵
۸	در شکل روبه رو دو نقطه A و B روی بیضی با کانون های F و F' قرار دارند. اگر $AF' = BF$ و همچنین AF و BF' یکدیگر را درون بیضی در نقطه ای مانند M قطع کنند، نشان دهید: مثلث FMF' متساوی الساقین است و M روی قطر کوچک بیضی قرار دارد.	۱/۵
۹	در شکل روبه رو نقطه M روی بیضی با کانون های F و F' قرار دارد، به طوری که $MF = 8$ و $MF' = 6$. اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{1}{7}$ باشد، اندازه نصف قطر کوچک بیضی را به دست آورید.	۱/۲۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		ساعت شروع: ۸ صبح	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		رشته: ریاضی- فیزیک		نام و نام خانوادگی:		تعداد صفحه: ۲	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲							
ردیف		سؤالات (پاسخ نامه دارد)					
نمره							
۱۰	سهمی با رأس $A(1, 2)$ و کانون $F(1, -2)$ مفروض است. معادله سهمی و خط هادی آن را بنویسید.						
۱۱	اگر اندازه گودی (عمق) یک دیش مخابراتی دو برابر شود، فاصله کانونی این دیش چه تغییری می کند؟ (با ارائه راه حل)						
سؤالات فصل سوم							
۱۲	شکل کلی (نمودار) مربوط به روابط $x > -2$, $y^2 + x \leq 0$ را در فضای دو بعدی رسم کنید .						
۱۳	الف) در فضای سه بعدی، نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ خطی موازی محور است. ب) حاصل عبارت $\vec{i} \cdot (\vec{i} \times \vec{j})$ برابر صفر است. (درست - نادرست) پ) زاویه بین بردارهای غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$، برابر θ است. در کدامیک از موارد زیر حاصل ضرب داخلی آنها بیشترین مقدار را دارد. $\theta = 0$ (۱) $\theta = \frac{2\pi}{3}$ (۲) $\theta = \frac{\pi}{2}$ (۳) $\theta = \frac{\pi}{3}$ (۴) ت) کدامیک از بردارهای زیر، بر راستای دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ عمود نیست. (۱) $\sqrt{3}\vec{a} \times (-\frac{\sqrt{3}}{3}\vec{b})$ (۲) $\vec{a} \times \vec{b}$ (۳) $2\vec{a} + 3\vec{b}$ (۴) $\vec{b} \times \frac{\sqrt{2}}{5}\vec{a}$						
۱۴	نقطه A به ارتفاع ۳ روی محور Z ها و نقطه $B(1, 0, 1)$ در فضا مفروض اند. فاصله مختصات وسط AB تا مبدا مختصات را حساب کنید.						
۱۵	نشان دهید: تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{b}$ برابر $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b}$ است. 						
۱۶	بردارهای $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ ، $\vec{b} = (0, 1, 1)$ و $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$ بر سه یال یک متوازی السطوح منطبق هستند. اگر قاعده این متوازی السطوح توسط بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید شود، اندازه ارتفاع وارد بر این وجه را محاسبه کنید.						
۱۷	زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را به دست آورید.						
۱۸	بردار $\vec{a} = (4, -4, 2)$ مفروض است. بردار $\vec{b}$ غیرهم جهت با $\vec{a}$ و به طول ۱۲ را طوری بیابید که $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ باشد.						
جمع نمره		موفق و سربلند باشید					
۲۰							

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲							
ردیف		راهنمای تصحیح					
نمره							
۱	۱۳ ص	$x = 2 \text{ (} \circ/25 \text{)}, y = -1 \text{ (} \circ/25 \text{)}$					
۲	۳۱ ص	$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ (} \circ/25 \text{)} \Rightarrow A = 1 \text{ (} \circ/25 \text{)}$ $k kA = k(k^3 A) = k^3 \times 1 = 625 \Rightarrow k = \pm 5 \text{ (} \circ/25 \text{)}$					
۳	۲۵ ص	$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$ $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{15-14} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 17 & -9 \end{bmatrix} \text{ (} \circ/5 \text{)}$					
۴	۳۰ و ۲۸ ص	$ A = A (A - 2) + 1(2) \Rightarrow A ^2 - 3 A + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ A = 2 \end{cases} \text{ (} \circ/5 \text{)}$					
۵	الف) نیمساز (۰/۲۵) ۳۹ ص ب) نادرست (۰/۲۵) ۵۱ ص						
۶	روش اول: $\frac{ 1+3 }{\sqrt{1^2+0^2}} = 4 \text{ (} \circ/25 \text{)}, OH = R \text{ (} \circ/25 \text{)}, (x-1)^2 + y^2 = 16 \text{ (} \circ/25 \text{)}$ ۴۳ ص روش دوم: با استفاده از رسم شکل و پیدا کردن شعاع (۰/۵) و نوشتن معادله دایره (۰/۲۵)						
۷	۴۳ ص	$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2 \Rightarrow O'(-1, 1), r' = \sqrt{2} \text{ (} \circ/5 \text{)}$ $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2 - c \Rightarrow O(1, -1), r = \sqrt{2-c} \text{ (} \circ/5 \text{)}$ $OO' = 2\sqrt{2} \text{ (} \circ/25 \text{)}$ $OO' = r + r' \xrightarrow{(0/25)} 2\sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{2-c} \Rightarrow c = 0 \text{ (} \circ/25 \text{)}$					
« ادامه در صفحه دوم »							

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۸	نقاط A و B روی بیضی قرار دارد، با توجه به تعریف بیضی: $\underbrace{AF + AF' = 2a = BF + BF'}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{AF'=BF} AF = BF' (۰/۲۵)$ دو مثلث AFF' و BFF' بنا به حالت (AF = BF', AF' = BF, FF' = FF') برابری سه ضلع همنهشت هستند (۰/۵)، نتیجه دو زاویه $\hat{AFF}' = \hat{BFF}'$، مثلث MFF' متساوی الساقین است و MF = MF' یعنی M روی عمود منصف پاره خط AFF' (قطر کوچک بیضی) است. (۰/۲۵)	۱/۵
۹	نقطه M روی بیضی قرار دارد، بنا به تعریف بیضی: $MF + MF' = 2a = 14 \Rightarrow a = 7 (۰/۵)$ ص ۵۸ $\frac{c}{a} = \frac{1}{7} \xrightarrow{a=7} c = 1 (۰/۲۵)$ $a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} b = 4\sqrt{3} (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۱۰	با توجه به جایگاه کانون و معادله خط هادی، سهمی قائم و دهانه آن به سمت پایین می باشد. (۰/۲۵) فاصله کانونی سهمی برابر با $a = AF = 4$ است. (۰/۲۵) معادله آن برابر است با: $(x-1)^2 = -16(y-2)$ (۰/۵) معادله خط هادی سهمی $y = 6$ است (۰/۵)	۱/۵
۱۱	نصف می شود (۰/۲۵) ص ۵۹ $\frac{a'}{a} = \frac{\frac{b^2}{4h}}{\frac{4(2h)}{b^2}} = \frac{1}{2} (۰/۵)$	۰/۷۵
۱۲	رسم نمودار سهمی (۰/۲۵)، رسم خط چین (۰/۲۵)، مشخص کردن ناحیه محصور (۰/۲۵) ص ۶۳	۰/۷۵

«ادامه در صفحه سوم»

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲							
ردیف		راهنمای تصحیح					
نمره							
۱۳	الف) Z ها (۰/۵) ص ۶۷ ب) درست (۰/۵) ص ۸۱ پ) گزینه ۱ (۰/۲۵) ص ۸۰ ت) گزینه ۳ (۰/۲۵) ص ۸۱ و ۸۲						
۱۴	مختصات نقطه $A(0,0,3)$ ، مختصات وسط AB برابر با $M(\frac{1}{2},0,2)$ و فاصله تا مبدا مختصات $\frac{\sqrt{17}}{2}$ است. (۰/۲۵) ص ۶۶						
۱۵	روش اول: بردار $\vec{a}'$ با بردار $\vec{b}$ موازی است. $\vec{a}' \parallel \vec{b} \Rightarrow \vec{a}' = k\vec{b}$ (۰/۲۵). $(\vec{a} - \vec{a}') \perp \vec{b} \Rightarrow (\vec{a} - \vec{a}') \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} - (k\vec{b}) \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow k = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \Rightarrow \vec{a}' = k\vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b}$ روش دوم: در مثلث قائم الزاویه، زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را θ می‌نامیم، $\cos \theta = \frac{ \vec{a}' }{ \vec{a} } \Rightarrow \vec{a}' = \vec{a} \cos \theta$ (۰/۲۵) $\vec{a}' = k\vec{b} \Rightarrow \vec{a}' = k \vec{b} \Rightarrow k = \frac{ \vec{a}' }{ \vec{b} } = \frac{ \vec{a} \cos \theta}{ \vec{b} } = \frac{ \vec{b} \vec{a} \cos \theta}{ \vec{b} ^2} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \xrightarrow{\vec{a}' = k\vec{b}} \vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b}$ (۰/۲۵)						
۱۶	حجم متوازی السطوح برابر با حاصل ضرب ارتفاع در مساحت قاعده است (۰/۲۵) ص ۸۳ حجم متوازی السطوح برابر $2 = (1,1,0) \cdot (1,1,-1) = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) $ است (۰/۵) مساحت قاعده این متوازی السطوح که توسط بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید می شود برابر با: $ \vec{b} \times \vec{c} = \sqrt{3}$ است (۰/۲۵) در نتیجه: $h = \frac{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }{ \vec{b} \times \vec{c} } = \frac{2}{\sqrt{3}}$ (۰/۲۵)						
« ادامه در صفحه چهارم »							

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲							
ردیف		راهنمای تصحیح					
نمره							
۱۷		$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \xrightarrow{(\circ/۲۵)} ۳ = ۳\sqrt{۲} \cos \theta \xrightarrow{(\circ/۵)} \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{۲}} \xrightarrow{(\circ/۲۵)} \theta = ۴۵^\circ (\circ/۲۵)$					
۱۸		ص ۸۲ $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} \parallel \vec{a} \xrightarrow{(\circ/۲۵)} \vec{b} = (۴k, -۴k, ۲k) (\circ/۲۵)$ $ \vec{b} = ۶ k = ۱۲ \xrightarrow{(\circ/۲۵)} k = \pm ۲ \xrightarrow{(\circ/۲۵)} k = -۲ \Rightarrow \vec{b} = (-۸, ۸, -۴) (\circ/۲۵)$					
		"پیروز باشید"					
۲۰							