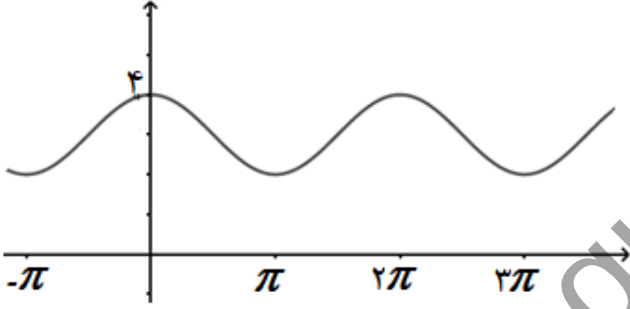


سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:
رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱			
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.		
	نمره		

۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. الف) نقطه $(-۸, ۶)$ روی نمودار $y = f(x)$ با نقطه $(-۸, ۱۲)$ روی نمودار $y = \frac{1}{2}f(x)$ متناظر است. ب) نمودار تابع $y = -(x-3)^3$ را می توان با ۳ واحد انتقال نمودار $y = -x^3$ به سمت راست رسم کرد. پ) تابع $f(x) = x^2 - 4x$ روی بازه $[2, +\infty)$ اکیداً صعودی است. ت) اگر $f'(1) = 2$ و $g'(1) = -3$ باشد، حاصل $(3f + g)'(1)$ برابر ۹ است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر مقدار a برابر باشد، تابع $f(x) = ax + b$ هم صعودی و هم نزولی است. ب) دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = 3\sin 2x$ به ترتیب برابر و است. پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x+1}{\tan x} \right)$ برابر است. ت) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته، آنگاه f در $x = a$ مشتق پذیر نیست.	۱/۲۵
۳	در چند جمله ای $P(x) = x^3 + ax^2 + b$ مقادیر a و b را چنان بیابید که باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x+2$ برابر -1 و $P(x)$ بر $x-1$ بخش پذیر باشد.	۱/۵
۴	عبارت $\frac{x^5 + 1}{x + 1}$ را ساده کنید.	۱
۵	نمودار تابع $f(x) = a + \cos bx$ به صورت زیر است. حاصل $a + b$ را به دست آورید. $(b > 0)$ 	۱
۶	معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را در بازه $0 \leq x \leq \pi$ حل کنید.	۱/۵
۷	الف) اگر $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2-x)^3} = +\infty$ باشد، حدود a را تعیین کنید. ب) مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{x - 4x^3}{x^3 + 5}$ را به دست آورید.	۱/۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:
رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱			

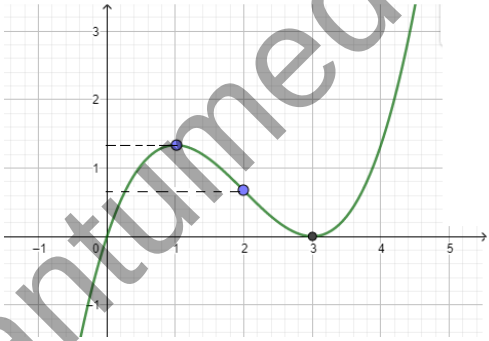
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.	نمره
------	---	------

۸	کدام شکل وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{2[x]}{4-x}$ ، در نزدیکی مجانب قائم آن است؟ دلیل خود را بنویسید.	۱/۲۵
۹	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در نقطه ای به طول $x = 0$ واقع بر نمودار تابع بنویسید.	۱
۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \sqrt{7x}(3x^2 + 2)$ ب) $g(x) = \cos^3(2x) - \frac{1}{x}$	۲/۲۵
۱۱	با توجه به نمودار تابع f ، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید.	۰/۲۵
۱۲	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t$ گرم است. در چه لحظه ای، آهنگ رشد جرم توده باکتری برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی $0 \leq t \leq 4$ می شود؟	۱/۵
۱۳	یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.	۱/۲۵
۱۴	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ را رسم کنید.	۲/۲۵
۱۵	فرض کنید $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، محل تقاطع مجانب های آن، نقطه $(2, 1)$ است. اگر این تابع از نقطه $(-1, 0)$ بگذرد، ضابطه تابع را به دست آورید.	۱
۲۰	جمع نمرات	«موفق و سربلند باشید.»

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست ص ۱۰ (ب) درست ص ۱۴ (پ) درست ص ۱۷ (ت) نادرست ص ۱۰۱ هر کدام (۰/۲۵)	۱
۲	الف) صفر (۰/۲۵) ص ۱۶ (ب) π و ۳ (۰/۵) ص ۲۷ (پ) صفر (۰/۲۵) ص ۵۳ (ت) نباشد (۰/۲۵) ص ۸۶	۱/۲۵
۳	صفحه ۲۲ $\begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(1) = 0 \end{cases} \xRightarrow{(0/5)} \begin{cases} 4a + b = 7 \\ a + b = -1 \end{cases} \xRightarrow{(0/5)} a = \frac{8}{3}, b = -\frac{11}{3} \quad (0/5)$	۱/۵
۴	صفحه ۲۰ $\frac{x^5 + 1}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)}{x + 1} = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 \quad (0/25)$	۱
۵	صفحه ۳۴ $T = 2\pi \quad (0/25) \quad b = 1 \quad (0/25) \quad a = 3 \quad (0/25) \quad a + b = 4 \quad (0/25)$	۱
۶	صفحه ۴۴ $2 \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \quad (0/25) \quad \cos x (2 \cos x - 1) = 0 \quad (0/25)$ $\begin{cases} \cos x = 0 \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \quad (0/25) \\ \cos x = \frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \quad (0/25) \end{cases}$	۱/۵
۷	صفحه ۵۳ و ۶۹ الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^2} = \frac{2a - 3}{0^-} = +\infty \quad (0/25) \Rightarrow 2a - 3 < 0 \quad (0/25) \Rightarrow a < \frac{3}{2} \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x - 4x^2}{x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4x^2}{x^2} = -4 \quad (0/5) \Rightarrow y = -4 \quad (0/25)$	۱/۵
۸	صفحه ۵۷ $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2[x]}{4 - x} = \frac{8}{0^+} = +\infty \quad (0/5)$ $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2[x]}{4 - x} = \frac{6}{0^-} = -\infty \quad (0/5)$ گزینه پ صحیح است. (۰/۲۵)	۱/۲۵
۹	صفحه ۸۸ $f'(\infty) = m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x} - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = 0 \quad (0/5), A(\infty, \infty) \quad (0/25)$ معادله مماس قائم: $x = 0 \quad (0/25)$	۱
۱۰	صفحه ۹۷ الف) $f'(x) = \frac{7}{2\sqrt{7x}} (3x^2 + 2) + \sqrt{7x} (6x) \quad (0/5)$ ب) $g'(x) = 3(-2 \sin 2x)(\cos^2 2x) - \left(-\frac{1}{x^2}\right) \quad (0/75)$	۲/۲۵

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۰۱		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۱	گزینه ت صحیح است. (۰/۲۵) مشتق سهمی، تابع خطی (غیر ثابت) است. (۰/۲۵) چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس f' محور x ها را در ناحیه $x < 0$ قطع می کند. (۰/۲۵) صفحه ۱۰۰	۰/۷۵																								
۱۲	$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2$ (۰/۵) $\frac{10-0}{4-0} = \frac{5}{2}$ (۰/۵) $\frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 = \frac{5}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sqrt{t} = 1 \Rightarrow t = 1$ (۰/۲۵) صفحه ۱۰۹	۱/۵																								
۱۳	$y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow S(x) = 2x(\sqrt{16 - x^2})$ (۰/۲۵) $S'(x) = \frac{32 - 4x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0$ (۰/۵) $x = \sqrt{4}, y = \sqrt{4}$ طول $2\sqrt{4}$ ، عرض $\sqrt{4}$ (۰/۵) صفحه ۱۲۶	۱/۲۵																								
۱۴	رسم نمودار (۰/۷۵) و جدول (۱) نمره $f'(x) = x^2 - 4x + 3$ (۰/۲۵) $f''(x) = 2x - 4$ (۰/۲۵) <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f''(x)$</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\frac{4}{3}$</td> <td>$\frac{2}{3}$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> Max نسبی، نقطه عطف، Min نسبی  صفحه ۱۳۹	x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	2	3	$+\infty$	$f'(x)$	+	+	-	-	+	$f''(x)$	+	+	-	+	+	$f(x)$	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	$+\infty$	۲/۲۵
x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	2	3	$+\infty$																					
$f'(x)$	+	+	-	-	+																					
$f''(x)$	+	+	-	+	+																					
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	$+\infty$																					
۱۵	$cx + d = 0 \Rightarrow d = -2c$ (۰/۲۵) $(-1, 0) \Rightarrow \frac{-a+b}{-c+d} = 0 \Rightarrow a = b$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c$ (۰/۲۵) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ (۰/۲۵) صفحه ۱۴۴	۱																								
۲۰	در نهایت نظر همکاران محترم صائب است.																									