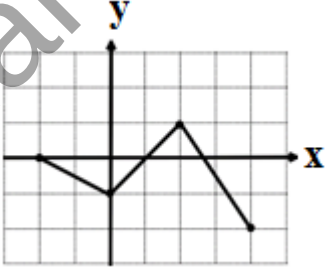
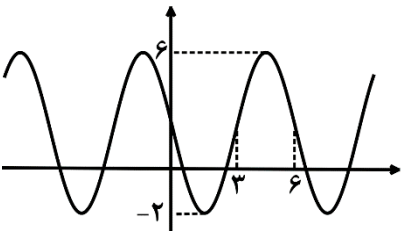


سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲	نام و نام خانوادگی :
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی ماه ۱۴۰۲			

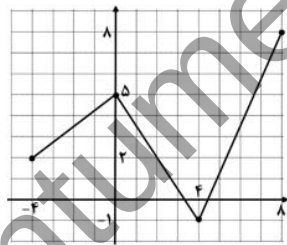
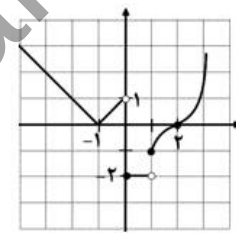
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	نمره
------	--	------

۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید. الف) دوره تناوب تابع $y = 5 \cos \frac{x}{2} + 1$ برابر با 4π است. ب) تابع تانژانت در بازه $(-\pi, \pi)$، تابعی صعودی است. پ) تابعی وجود ندارد که برای آن شرایط $f(a) = 0$ و $f'(a) = 0$ برقرار باشد. ت) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{\sin x}$ برابر با $-\infty$ است.	۱
۲	نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $g(x) = -3f\left(\frac{x}{2}\right) + 2$ را رسم کرده و سپس برد تابع $g(x)$ را تعیین کنید. 	۱
۳	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} (x-2)^3 & x \geq 1 \\ -2 & 0 \leq x < 1 \\ x+1 & x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.	۱/۵
۴	اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = 3x^2 + mx + 2m + 1$ بر $x - 2$ برابر ۳ باشد، باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = mx^2 - mx + 3$ بر $x + 2$ را تعیین کنید.	۱
۵	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \sin(bx) + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را بنویسید. 	۱/۲۵
۶	معادله مثلثاتی $\sqrt{3} \tan 3x - 1 = 0$ را حل کنید.	۱/۲۵

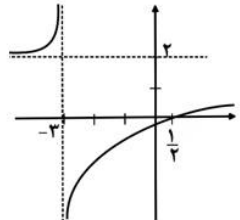
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲	نام و نام خانوادگی :
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی ماه ۱۴۰۲			

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	نمره
۷	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 - x + x^2}{5 - 2x^2}$	۱/۲۵
۸	مجانبات های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2}$ را در صورت وجود بیابید.	۱/۵
۹	تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \leq 1 \\ x + 1 & x > 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. مشتق پذیری تابع را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \frac{5 \tan x}{1 - \sin x}$ ب) $g(x) = \cos^y(x^2)$ پ) $h(x) = (3x + 5)^6$	۲/۲۵
۱۱	اگر $f(x) = 2x^3 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشند. حاصل $(f + g)'(4) + (f \times g)'(1)$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۲	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x + 5}$ را وقتی متغیر از $x = -1$ به $x = 4$ تغییر می کند به دست آورید.	۰/۷۵
۱۳	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ را روی بازه $[-2, 3]$ بیابید.	۱/۲۵
۱۴	نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ ، نقطه $(1, -11)$ می باشد، مقدار a و b را بیابید.	۱/۵
۱۵	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2x - 1}{x + 3}$ را رسم کنید.	۱/۷۵
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی سال ۱۴۰۲				
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
۱	الف) درست (صفحه ۲۷ کتاب) (۰/۲۵) پ) نادرست (صفحه ۱۱۰ کتاب) (۰/۲۵)	ب) نادرست (صفحه ۳۱ کتاب) (۰/۲۵) ت) درست (صفحه ۵۳ کتاب) (۰/۲۵)		
۲	(صفحه ۱۲ کتاب) $R = [-1, 8]$ (۰/۵)	 (رسم شکل ۰/۵)		
۳	(صفحه ۲۱ کتاب) اکیداً صعودی $[1, +\infty)$ و $(-\infty, 0]$ (۰/۵) اکیداً نزولی $(-\infty, -1]$ (۰/۲۵)	 (رسم شکل ۰/۷۵)		
۴	(صفحه ۲۲ کتاب)	$p(2) = 3 \Rightarrow 12 + 2m + 2m + 1 = 3 \Rightarrow 4m = -10 \Rightarrow m = -\frac{5}{2} \quad (۰/۵)$ $f(-2) = -\frac{5}{2}(-2)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)(-2) + 3 = -12 \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵)		
۵	(صفحه ۳۳ کتاب)	$T = 6 \rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 6 \rightarrow b = \frac{\pi}{3} \quad (۰/۲۵)$ $\left. \begin{matrix} \max = 6 \\ \min = -2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a + c = 6 \\ - a + c = -2 \end{cases} \rightarrow 2c = 4 \rightarrow c = 2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a = 4 \quad (۰/۲۵)$ $y = a \sin bx + c \rightarrow y = -4 \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 2 \quad (۱) \quad y = +4 \sin\left(-\frac{\pi}{3}x\right) + 2 \quad (۰/۵)$		
۶	(صفحه ۴۴ کتاب)	$\tan 3x = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۰/۵) \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow$ $\Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{18}, k \in \mathbb{Z} \quad (۰/۵)$		
ادامه پاسخ ها در صفحه بعد				

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۱۰ صبح		رشته: ریاضی و فیزیک		راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲	
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲				پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			
				دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی سال ۱۴۰۲			
نمره		راهنمای تصحیح				ردیف	
۱/۲۵		الف) $\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{\cancel{(x+5)}(x-3)}{\cancel{(x+5)}(x+5)} = \frac{-8}{-} = +\infty$ (۰/۲۵) (صفحه ۵۳ کتاب) ب) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 4}{-2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) (صفحه ۵۸ کتاب)				۷	
۱/۵		$-x^2 - 3x + 4 = 0 \rightarrow x = 1, x = -4$ (۰/۲۵) (صفحه ۶۹) $x = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(-x-4)} = -\frac{2}{5}$ (۰/۲۵) پس قائم نیست $x = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \frac{15}{0} = \infty$ (۰/۲۵) پس $x = -4$ مجانب قائم است. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2} = -1 \Rightarrow y = -1$ (۰/۲۵) مجانب افقی				۸	
۱/۲۵		(صفحه ۸۹ کتاب) $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1-2}{x-1} = 1$ (۰/۵) $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x-1} = 3$ (۰/۵) $f'_+(1) \neq f'_-(1)$ در نتیجه تابع در $x=1$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)				۹	
۲/۲۵		الف) $f'(x) = \frac{\overbrace{\Delta(1 + \tan^2 x)(1 - \sin x)}^{(۰/۵)} - \overbrace{(-\cos x)(\Delta \tan x)}^{(۰/۵)}}{\underbrace{(1 - \sin x)^2}_{(۰/۲۵)}}$ (صفحه ۱۰۱) ب) $g'(x) = -7 \cos^6(x^2) \times 2x \times \sin(x^2)$ (۰/۵) (صفحه ۹۶) پ) $h'(x) = 6 \times 3 \times (3x + 5)^5$ (۰/۵)				۱۰	
ادامه پاسخ ها در صفحه بعد							

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه												
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲														
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی سال ۱۴۰۲																		
ردیف		راهنمای تصحیح				نمره												
۱۱	(صفحه ۱۰۱ کتاب)						۱/۵											
$(f+g)'(4) = f'(4) + g'(4) = (6(4)^2) + \frac{1}{2\sqrt{4}} = 96 + \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$ $f'(1)g(1) + g'(1)f(1) = (6)(1) + (\frac{1}{2})(3) = 6 + \frac{3}{2} \quad (۰/۲۵)$ $(f+g)'(4) + (f \times g)'(1) = 96 + \frac{1}{4} + 6 + \frac{3}{2} = \frac{415}{4} \quad (۰/۵)$																		
۱۲	(صفحه ۱۱۰ کتاب)						۰/۷۵											
$\frac{f(4)-f(-1)}{4-(-1)} = \frac{3-2}{5} = \frac{1}{5} \quad (۰/۲۵)$																		
۱۳	(صفحه ۱۲۶ کتاب) غ ق ق						۱/۲۵											
$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0 \quad (۰/۲۵), \quad x = 4 \notin [-2, 3] \quad (۰/۲۵)$ $\underbrace{f(-2) = -32, \quad f(0) = 0, \quad f(3) = -27}_{(۰/۲۵)}$ $\text{ماکزیمم مطلق} = 0 \quad (۰/۲۵) \quad \text{مینیمم مطلق} = -32 \quad (۰/۲۵)$																		
۱۴	(صفحه ۱۳۶ کتاب)						۱/۵											
$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ $f(1) = -11 \Rightarrow 1 + a + b = -11 \quad (۰/۵)$ $f''(1) = 0 \Rightarrow 6(1) + 2a = 0 \quad (۰/۵) \Rightarrow a = -3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow b = -9 \quad (۰/۲۵)$																		
۱۵	(صفحه ۱۴۴ کتاب)						۱/۷۵											
$y' = \frac{2(x+3) - 1(2x-1)}{(x+3)^2} = \frac{7}{(x+3)^2} > 0 \quad (۰/۲۵) \quad \text{اکیداً صعودی}$ $x = -3 \quad \text{مجانِب قائم} \quad (۰/۲۵) \quad y = 2 \quad \text{مجانِب افقی} \quad (۰/۲۵)$ <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td style="background-color: #f0f0f0;">+</td><td>+</td></tr><tr><td></td><td>$\nearrow +\infty$</td><td></td><td>$\searrow -\infty$</td></tr></table> جدول (۰/۵)  رسم شکل (۰/۵)							x	$-\infty$	-3	$+\infty$	y'	+	+	+		$\nearrow +\infty$		$\searrow -\infty$
x	$-\infty$	-3	$+\infty$															
y'	+	+	+															
	$\nearrow +\infty$		$\searrow -\infty$															
«همکاران گرامی لطفاً به راه حل های صحیح دیگر به تناسب نمره دهید.»																		
جمع بارم																		
۲۰																		