

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۴۰۶۱		پایه: دوازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹	
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران		نام و نام خانوادگی:	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴				مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir			
ردیف		سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است					
نمره							

۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) اگر $2\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ، آنگاه $\sin \alpha < \tan \alpha$. ب) تابع $y = \begin{cases} 2x+1 & x \geq 1 \\ 2x-1 & x < 1 \end{cases}$ در نقطه به طول $x = 1$ مشتق پذیر است. ج) تابع $f(x) = 5$ دارای بی شمار نقطه بحرانی است.	۰/۷۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) نمودار تابع $y = 2^{x-1}$ از انتقال نمودار $y = 2^x$ حاصل می شود. (افقی - عمودی) ب) دوره تناوب تابع $y = 3 \sin(\pi x)$ برابر است. ج) اگر $f''(x)$ به ازای هر نقطه از بازه I ، موجود و منفی باشد، تقعر منحنی تابع f در این بازه رو به است.	۰/۷۵
۳	نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = 2f(\frac{x}{2})$ را رسم کنید.	۱
۴	فرض کنید تابع f در یک فاصله، اکیداً صعودی باشد و a و b متعلق به این فاصله باشند. اگر $f(a) \leq f(b)$ ، نشان دهید $a \leq b$.	۰/۷۵
۵	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چندجمله ای $2x^3 + ax + b$ بر $x + 2$ بخش پذیر و باقی مانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر ۱۵ باشد.	۱
۶	اگر $\tan \alpha = \tan \beta = -\sqrt{2}$ ، مقدار $\tan(\alpha + \beta)$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۷	معادله $4 \sin^2 x - 4 \cos x - 5 = 0$ را حل کنید و جواب های کلی آن را بنویسید.	۱/۲۵
۸	مقدار c را چنان تعیین کنید که مینیمم تابع $y = -4 \cos(2\pi x) + c$ برابر ۵ - باشد.	۰/۵
۹	حدود زیر را در صورت وجود بیابید. ([] نماد جزء صحیح است) الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[x]}{\cos x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - x^4}{2x^2 + 3x + 1}$	۱/۵

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۴۰۶۱		پایه: دوازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹	
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران		نام و نام خانوادگی:	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴							
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش				Azmoon.medu.ir			
ردیف		سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است					
نمره							

۱۰	مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.	۱/۵	$y = \frac{3x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1}$
۱۱	در شکل روبرو نمودار توابع f و g رسم شده و خط d بر هر دو نمودار مماس است. مقدار $\frac{g'(4)}{g(4)f'(2)}$ را به دست آورید.	۱	
۱۲	مشتق توابع زیر را محاسبه کنید. (ساده کردن لازم نیست)	۱/۵	الف) $f(x) = \frac{\tan x}{1 - \cos(2x)}$ ب) $g(x) = (2x + 1)^4$
۱۳	مشتق دوم تابع $f(x) = 3 \sin(4x) + 1$ را در نقطه $x = \frac{\pi}{12}$ به دست آورید.	۰/۷۵	
۱۴	تابع $f(x) = 4 - x^2 $ را در نظر بگیرید. با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم مماس چپ تابع را در نقطه $x = -2$ محاسبه کنید.	۱/۲۵	
۱۵	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = \sqrt{3t + 1}$ بر حسب متر است. سرعت لحظه‌ای آن را در لحظه $t = 5$ به دست آورید.	۰/۷۵	
۱۶	مقادیر a و b را در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ طوری به دست آورید که $x = 2$ طول نقطه اکسترمم نسبی و $x = 0$ طول نقطه عطف نمودار تابع f باشد.	۱/۵	
۱۷	ماکزیمم مقدار مساحت مستطیل به ابعاد x و $12 - x^2$ را به دست آورید.	۱/۵	
۱۸	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = 4x^3 - 12x + 2$ را رسم کنید.	۲	
	موفق باشید	جمع نمرات	۲۰
صفحه ۲ از ۲			

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۲۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	

۱	الف) نادرست ص ۳۲ (۰/۲۵) ب) نادرست ص ۸۵ ج) درست ص ۱۲۴ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	الف) افقی ص ۵ (۰/۲۵) ب) ۲ (۰/۲۵) ج) پایین ص ۱۲۹ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	ص ۱۲	۱
۴	برهان خلف: فرض می کنیم $a > b$. چون تابع f اکیداً صعودی است داریم: $a > b \Rightarrow f(a) > f(b)$ (۰/۲۵) که تناقض است. پس $a \leq b$. (۰/۲۵) ص ۲۲	۰/۷۵
۵	$\begin{cases} x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow 2(-2)^3 + a(-2) + b = 0 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow 2(1)^3 + a(1) + b = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 14 \end{cases}$ ص ۲۲	۱
۶	$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-2\sqrt{2}}{1 - (-\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2}$ ص ۴۲	۰/۷۵
۷	$4 \sin^2 x - 4 \cos x - 5 = 0 \Rightarrow 4(1 - \cos^2 x) - 4 \cos x - 5 = 0$ $\Rightarrow 4 \cos^2 x + 4 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow (2 \cos x + 1)^2 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ $\Rightarrow x = 2k\pi \pm \left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad k \in \mathbb{Z}$ ص ۴۴	۱/۲۵
۸	$\min = - a + c = c - 4 = -5 \Rightarrow c = -1$ ص ۲۷	۰/۵
	صفحه ۱ از ۴	

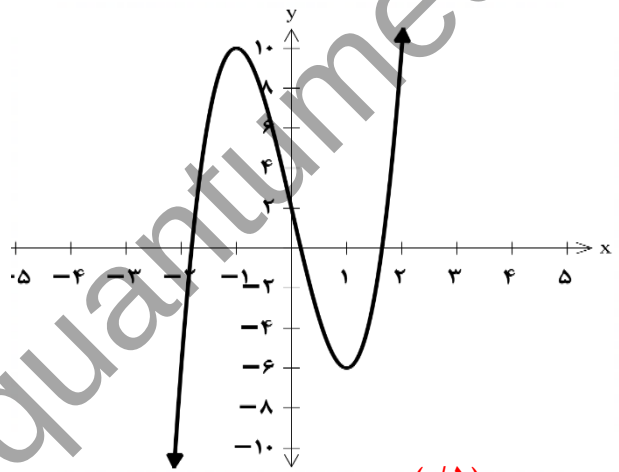
راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۲۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	

۹	الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[x]}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ (۰/۲۵) ص ۵۳ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1-x^2}{2x^2+3x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2}{2} = -\infty$ (۰/۲۵) ص ۶۹	۰/۷۵
۱۰	$2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1, x = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x + 3}{2x - 1} = 6$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{3x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1} = \pm\infty$ (۰/۲۵) ص ۵۸ پس $x = \frac{1}{2}$ تنها مجانب قائم تابع است. (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^2}{2x^2} = \frac{3}{2}$ (۰/۲۵) مجانب افقی تابع $y = \frac{3}{2}$ است. (۰/۲۵) ص ۶۹	۱/۵
۱۱	شیب خط مماس $= \frac{4-2}{2-4} = -1 \Rightarrow \begin{cases} g'(4) = -1 \\ f'(2) = -1 \end{cases} \Rightarrow \frac{g'(4)}{g(4)f'(2)} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) ص ۷۸ و ۷۶	۱
	صفحه ۲ از ۴	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۲۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	

۱۲	الف) $f'(x) = \frac{\overbrace{(1 + \tan^2 x)}^{(۰/۲۵)} \overbrace{(1 - \cos(2x))}^{(۰/۲۵)} - \overbrace{(2 \sin(2x))}^{(۰/۲۵)} \tan x}{\underbrace{(1 - \cos(2x))^2}_{(۰/۲۵)}}$ ب) $g'(x) = \overbrace{4}^{(۰/۲۵)} \overbrace{(2)}^{(۰/۲۵)} \overbrace{(2x+1)^3}^{(۰/۲۵)}$ ص ۱۰۱	۰/۷۵
۱۳	$f'(x) = 12 \cos(4x) \Rightarrow f''(x) = -48 \sin(4x)$ $\Rightarrow \underbrace{f''(\frac{\pi}{12}) = -48 \sin(\frac{\pi}{3}) = -24\sqrt{3}}_{(۰/۲۵)}$ ص ۱۰۱	۰/۷۵
۱۴	روش اول: $m = f'_-(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{ 4 - x^2 - 0}{x + 2}$ $= \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \underbrace{x - 2}_{(۰/۲۵)} = -4$ روش دوم: $m = f'_-(-2) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{ 4 - (-2+h)^2 - 0}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{h^2 - 4h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \underbrace{h - 4}_{(۰/۲۵)} = -4$ ص ۸۶ و ۸۷	۱/۲۵
	صفحه ۳ از ۴	

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۲۰۶۱		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۴		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

۱۵	ص ۱۰۹ و ۱۱۰	$f'(t) = \frac{3}{2\sqrt{3t+1}} \Rightarrow f'(5) = \frac{3}{8}$ (۰/۵) (۰/۲۵)	۰/۷۵																
۱۶	ص ۱۳۶	$f(x) = x^3 + ax^2 + bx \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ (۰/۲۵) $f''(x) = 6x + 2a \xrightarrow{f''(0)=0} a = 0$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + b = 0 \Rightarrow b = -12$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵																
۱۷	ص ۱۱۸ و ۱۱۹	$S(x) = x(12 - x^2) = -x^3 + 12x$ (۰/۲۵) $S'(x) = -3x^2 + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = +2 \end{cases} \xrightarrow{x \in [0, \sqrt{12}]} x = 2 \Rightarrow \begin{cases} S(0) = S(\sqrt{12}) = 0 \\ S(2) = 16 = \max \end{cases}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵																
۱۸	ص ۱۴۴	$f'(x) = 12x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $f''(x) = 24x = 0 \Rightarrow x = 0$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr> <td>$f''(x)$</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>↖</td><td>↘</td><td>↗</td></tr> </table> (۰/۵)  (۰/۵)	x	-1	0	1	$f'(x)$	+	-	+	$f''(x)$	-	-	+	$f(x)$	↖	↘	↗	۲
x	-1	0	1																
$f'(x)$	+	-	+																
$f''(x)$	-	-	+																
$f(x)$	↖	↘	↗																
۲۰	موفق باشید																		
	صفحه ۴ از ۴																		

همکار محترم، با عرض خداحوت، لطفاً به جواب‌های درست دیگر به تناسب نمره منظور فرمایید.