

سؤالات آزمون نهایی درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۱۶	نام و نام خانوادگی :
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	نمره
------	--	------

۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. الف) تابع $f(x) = [x]$ در نقطه $x=1$ مشتق پذیر است. ب) اگر $f'(c) = 0$ باشد، آنگاه $x=c$ یک نقطه اکسترمم نسبی است.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. الف) اگر دوره تناوب تابع $y = \sin bx$ برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد، مقدار b برابر است. ب) دامنه تابع $y = \tan(3x)$ برابر است. پ) اگر $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^2 + x}{2x^2 + 3} = 7$ آنگاه m برابر عدد است.	۱/۵
۳	نمودار تابع $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ را به کمک انتقال نمودار $f(x) = x^3$ رسم کنید، سپس اکیداً یکنوایی تابع $g(x)$ را در تمام دامنه خود، بررسی کنید.	۱
۴	اگر $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+1} \leq \frac{1}{125}$ باشد، حدود x را بیابید.	۰/۷۵
۵	اگر چند جمله ای $x^2 + ax - 8$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، مقدار a را تعیین کنید.	۰/۷۵
۶	معادله $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$ را حل کنید.	۱
۷	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} \frac{5x}{ 2x-1 }$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x+3}{x^2+6x+9}$	۱/۲۵
۸	مجانب های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{3x-5}{x^2+2}$ را در صورت وجود بیابید.	۰/۷۵
۹	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 3x-4 & x < 1 \\ 2x^2-3 & x \geq 1 \end{cases}$ را در نقطه $x=1$ بررسی کنید.	۱/۵
۱۰	با استفاده از تعریف مشتق نشان دهید اگر $f(x) = \sqrt{x}$ ، $x > 0$ آنگاه $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.	۱/۲۵

سؤالات آزمون نهایی درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۱۶	نام و نام خانوادگی :
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	نمره
------	--	------

۱۱	اگر $f(x) = \cos 2x$ باشد، مقدار $f''(\frac{\pi}{8})$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (\Delta x^3 - x)^9 (\sqrt{2x+1})$ ب) $g(x) = \frac{4 \tan x}{3x^2 - 1}$	۲
۱۳	در تابعی با ضابطه $f(t) = \frac{120}{t} + 5$ مجموع آهنگ لحظه ای تغییر در لحظه $t = 2$ و آهنگ متوسط تغییر تابع $f(t)$ در بازه $[4, 6]$ را بیابید.	۱/۲۵
۱۴	در شکل نمودار رسم شده است، طول نقاط اکسترمم های نسبی و مطلق را مشخص کنید. 	۱
۱۵	مقادیر a و b و c را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ طوری به دست آورید که در شرایط زیر صدق کند. $f(0) = 1$ و $f(2) = -3$ و $x=1$ طول نقطه عطف نمودار تابع f باشد.	۱/۵
۱۶	با رسم جدول تغییرات نشان دهید که تابع $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 1$ در چه بازه هایی صعودی و در چه بازه هایی نزولی است.	۱/۵
۱۷	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{-x}{x+1}$ را رسم کنید.	۱/۷۵
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۱۶	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد سال ۱۴۰۲			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (صفحه ۸۸ کتاب) (۰/۲۵) ب) نادرست (صفحه ۱۱۶ کتاب) (۰/۲۵)	۰/۵
۲	الف) $b = \pm 6$ (صفحه ۲۷ کتاب) (۰/۵) ب) $D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ (صفحه ۳۲ کتاب) (۰/۵) پ) $m = 14$ (صفحه ۶۶ کتاب) (۰/۵)	۱/۵
۳	(صفحه های ۱۴ و ۱۷ کتاب) $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x-1)^3 + 1$ (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۵) اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی) (۰/۲۵)	۱
۴	(صفحه ۲۲ کتاب) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^3 \quad (0/25) \Rightarrow 2x+1 \geq 3 \quad (0/25) \Rightarrow x \geq 1 \quad (0/25)$	۰/۷۵
۵	(صفحه ۱۹ کتاب) $x = a \Rightarrow 2a^2 - 8 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 \quad (0/5)$	۰/۷۵
۶	(صفحه ۴۰ کتاب) $2 \sin x \cos x = \frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad (0/25)$ $\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{12} \\ x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases} \quad \begin{matrix} (0/25) \\ (0/25) \end{matrix} \quad (k \in \mathbb{Z})$	۱
۷	$\frac{5}{2_+} = +\infty$ (۰/۵) الف) (صفحه ۵۸ کتاب) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(x+3)}{(x+3)^2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ (۰/۵) ب) (صفحه ۵۵ کتاب)	۱/۲۵
۸	(صفحه ۶۹ کتاب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^2} = 0 \quad (0/25) \Rightarrow y = 0$ مجانب افقی (۰/۲۵) $x^2 + 2 = 0 \Rightarrow x^2 = -2$ فاقد مجانب قائم (۰/۲۵)	۰/۷۵
ادامه پاسخ ها در صفحه بعد		

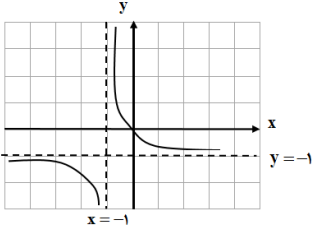
راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۱۶	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد سال ۱۴۰۲			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	(صفحه ۱۰۰ کتاب) تابع پیوسته است (۰/۲۵)	۱/۵
	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 - 3 + 1}{x-1} = 4 \quad (۰/۵)$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 4 + 1}{x-1} = 3 \quad (۰/۵)$ $\Rightarrow f'_+(1) \neq f'_-(1) \quad (۰/۲۵) \quad \text{در نقطه } x=1 \text{ مشتق ناپذیر است}$ (در صورت استفاده از فرمول های دیگر مشتق، برای محاسبه مشتق چپ و راست، بارم به تناسب تقسیم شود.)	
۱۰	(صفحه ۹۳ کتاب)	۱/۲۵
	$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} =$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (۰/۲۵)$ (در صورت استفاده از فرمول های دیگر مشتق، بارم به تناسب تقسیم شود.)	
۱۱	(صفحه ۱۰۱ کتاب)	۰/۷۵
	$f'(x) = -2 \sin 2x \Rightarrow f''(x) = -4 \cos 2x \quad (۰/۲۵)$ $f''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -4 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4 \cdot 0 = 0 \quad (۰/۲۵)$	
۱۲	(صفحه ۹۴)	۲
	الف) $f'(x) = 9(15x^2 - 1)(5x^3 - x)^4(\sqrt{2x+1}) + \left(\frac{2}{2\sqrt{2x+1}}\right)(5x^3 - x)^4 \quad (۰/۵)$ ب) $g'(x) = \frac{4(1 + \tan^2 x)(3x^2 - 1) - (6x) \times (4 \tan x)}{(3x^2 - 1)^2} \quad (۰/۲۵)$	
۱۳	(صفحه ۱۱۰ کتاب)	۱/۲۵
	$f'(t) = \frac{-120}{t^2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow f'(2) = \frac{-120}{4} = -30 \quad (۰/۲۵)$ $\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(6) - f(4)}{6 - 4} = \frac{\left(\frac{120}{6} + 5\right) - \left(\frac{120}{4} + 5\right)}{6 - 4} = \frac{25 - 35}{2} = -5 \quad (۰/۲۵)$	

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۱۶	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد سال ۱۴۰۲			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	(صفحه ۱۱۴ کتاب) d مینیمم مطلق (۰/۲۵) c ماکزیمم مطلق (۰/۲۵) c ماکزیمم نسبی (۰/۲۵) b مینیمم نسبی (۰/۲۵)	۱۴												
۱/۵	(صفحه ۱۳۶ کتاب) $f(0)=1 \Rightarrow c=1$ (۰/۲۵) $f(2)=-3 \Rightarrow 4a+2b+1=-3 \Rightarrow 4a+2b=-4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a=1, b=-3$ (۰/۵) $f''(x)=6ax+2b \Rightarrow f''(1)=0 \Rightarrow 6a+2b=0$ (۰/۵)	۱۵												
۱/۵	(صفحه ۱۲۶ کتاب) $f'(x)=2x^3+2x=0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 2x(x^2+1)=0$ $\Rightarrow x^2=-1$ غیر قابل قبول, $x=0$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) اکیدا صعودی $[0, +\infty)$, (۰/۲۵) اکیدا نزولی $(-\infty, 0]$ (۰/۵) <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td></td> <td>↘</td> <td>↗</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	f'	-	0	+	f		↘	↗	۱۶
x	$-\infty$	0	$+\infty$											
f'	-	0	+											
f		↘	↗											
۱/۷۵	(صفحه ۱۴۴) $x=-1$ مجانب قائم (۰/۲۵) $y=-1$ مجانب افقی (۰/۲۵) $y'=\frac{-1}{(x+1)^2} < 0$ (۰/۲۵) <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td>↘</td> <td>↘</td> </tr> </table> جدول (۰/۵)  رسم شکل (۰/۵)	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'	-	-	-	y		↘	↘	۱۷
x	$-\infty$	-1	$+\infty$											
y'	-	-	-											
y		↘	↘											
۲۰	جمع بارم													