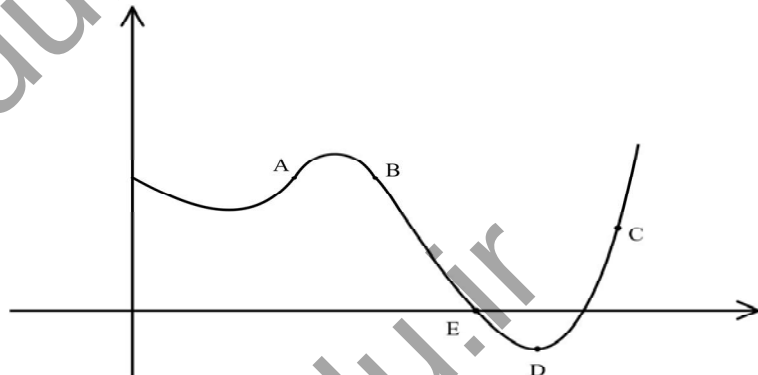
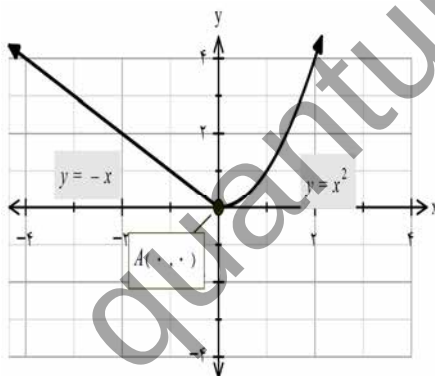


|                                                                     |                                                                                      |                                           |                 |
|---------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|-----------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳                                    | رشته: علوم تجربی                                                                     | ساعت شروع: ۱۰ صبح                         | تعداد صفحه: ۳   |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                        | نام و نام خانوادگی:                                                                  | تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷                  | مدت امتحان: ۱۲۰ |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹ | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> |                                           |                 |
| ردیف                                                                | سؤالات (پاسخ نامه دارد)                                                              | (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد) |                 |
|                                                                     | نمره                                                                                 |                                           |                 |

|                            |                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱                          | درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.<br>الف) دامنه تابع با ضابطه $y = k \cdot f(x)$ همان دامنه تابع $y = f(x)$ است.<br>ب) در تقسیم چند جمله ای $p(x)$ بر $x - a$ ، باقیمانده برابر $p(a)$ است.                                             | ۰/۵  |
| ۲                          | در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.<br>الف) در بازه $(0, 1)$ ، نمودار تابع $y = x^3$ ، ..... نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.<br>ب) اگر $h(x) = 3x^4 + 2x^2 - 1$ باشد، آنگاه $h''(1)$ برابر ..... است.                                     | ۰/۵  |
| ۳                          | با توجه به نمودارهای تابع $f, g$ به سوالات زیر پاسخ دهید:<br>الف) مقدار $f \circ g(-1)$ را محاسبه کنید.<br>ب) اگر $g(3t - 1) = 0$ آنگاه مقدار $t$ را به دست آورید.<br>پ) با محدود کردن دامنه $f$ ، بازه ای را مشخص کنید که تابع $f$ یک به یک شود. | ۱/۵  |
| ۴                          | ضابطه وارون تابع $g(x) = -5 - \sqrt{3x + 1}$ را به دست آورید.                                                                                                                                                                                     | ۱    |
| ۵                          | الف) دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه حل نوشته شود)<br>$y = 8 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$<br>ب) مقدار عددی $\sin 15^\circ$ را محاسبه کنید.                                                                   | ۱/۷۵ |
| ۶                          | معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید.                                                                                                                                                                                   | ۱/۲۵ |
| ۷                          | حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.<br>الف) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$<br>ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$                                                                                      | ۱/۷۵ |
| «ادامه سوالات در صفحه دوم» |                                                                                                                                                                                                                                                   |      |

|                                                                     |  |                         |  |                                                                                      |  |                 |  |
|---------------------------------------------------------------------|--|-------------------------|--|--------------------------------------------------------------------------------------|--|-----------------|--|
| سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳                                   |  | رشته : علوم تجربی       |  | ساعت شروع: ۱۰: صبح                                                                   |  | تعداد صفحه: ۳   |  |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                        |  | نام و نام خانوادگی :    |  | تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷                                                             |  | مدت امتحان: ۱۲۰ |  |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹ |  |                         |  | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> |  |                 |  |
| ردیف                                                                |  | سؤالات (پاسخ نامه دارد) |  | (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)                                            |  |                 |  |
| نمره                                                                |  |                         |  |                                                                                      |  |                 |  |

| ۸                          | نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب های ارائه شده در جدول نظیر کنید. (یک نقطه اضافی است).                                                                                                                                                                                                                                                          | ۱    |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |
|----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|------|----|--|----|--|---|--|---|--|--|
|                            |  <table border="1" data-bbox="277 422 511 770"> <thead> <tr> <th>شیب</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-۳</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-۱</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۰</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۱</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> | شیب  | نقطه | -۳ |  | -۱ |  | ۰ |  | ۱ |  |  |
| شیب                        | نقطه                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |
| -۳                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |
| -۱                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |
| ۰                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |
| ۱                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |
| ۹                          | مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)                                                                                                                                                                                                                                                                                      | ۱/۵  |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |
|                            | الف) $f(x) = \left(\frac{x^2}{3x-1}\right)^5$ ب) $g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3+1)$                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |
| ۱۰                         | با محاسبه مشتق چپ و راست تابع داده شده در نقطه A، نشان دهید این تابع در نقطه A مشتق پذیر نیست.                                                                                                                                                                                                                                                       | ۱/۲۵ |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |
|                            |                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |
| ۱۱                         | معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ (بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟                                                                                                                                                        | ۱    |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |
| ۱۲                         | در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.                                                                                                                                                                                                         | ۲    |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |
|                            | $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |
| ۱۳                         | نشان دهید در بین تمام مستطیل های با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، مستطیلی بیش ترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد.                                                                                                                                                                                                                           | ۱    |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |
| «ادامه سؤالات در صفحه سوم» |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |      |    |  |    |  |   |  |   |  |  |

|                                                                     |  |                         |  |                                                                                      |  |                 |  |
|---------------------------------------------------------------------|--|-------------------------|--|--------------------------------------------------------------------------------------|--|-----------------|--|
| سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳                                   |  | رشته : علوم تجربی       |  | ساعت شروع: ۱۰ صبح                                                                    |  | تعداد صفحه: ۳   |  |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                        |  | نام و نام خانوادگی :    |  | تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷                                                             |  | مدت امتحان: ۱۲۰ |  |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹ |  |                         |  | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> |  |                 |  |
| ردیف                                                                |  | سؤالات (پاسخ نامه دارد) |  | (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)                                            |  |                 |  |
| نمره                                                                |  |                         |  |                                                                                      |  |                 |  |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                   |              |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| ۱۴ | خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{4}{5}$ ، مرکز آن $(-4, -1)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است.<br>الف) طول قطر کانونی و فاصله کانونی را محاسبه کنید.<br>ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را پیدا کنید.                                             | ۱/۵          |
| ۱۵ | اگر معادله دایره به شکل $x^2 + y^2 + (x+1)^2 = 4$ باشد:<br>الف) مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بنویسید.<br>ب) مختصات تقاطع دایره با محور $x$ ها را پیدا کنید.                                                                           | ۱            |
| ۱۶ | سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره ی قرمز و ۳ مهره ی آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره ی آبی و ظرف سوم شامل ۶ مهره ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرف ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال آن که مهره انتخابی آبی باشد چقدر است؟ | ۱/۵          |
| ۲۰ | جمع نمره                                                                                                                                                                                                                                          | "موفق باشید" |

|                                                                     |                  |                                                     |                       |
|---------------------------------------------------------------------|------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳                             | رشته: علوم تجربی | ساعت شروع: ۱۰ صبح                                   | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                        |                  | تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷                            |                       |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹ |                  | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |                       |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                      | نمره        |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| ۱    | الف) درست<br>صفحه: ۱۵ و ۵۰<br>ب) درست<br>هر مورد ۰/۲۵                                                                                                                                                                                                                              | ۰/۵         |
| ۲    | الف) پایین<br>صفحه: ۴ و ۹۲<br>ب) ۴۰<br>هر مورد ۰/۲۵                                                                                                                                                                                                                                | ۰/۵         |
| ۳    | الف)<br>ب)<br>پ) بازه $[-۲, +\infty)$ (۰/۵)<br>صفحه: ۲۳ و ۲۹                                                                                                                                                                                                                       | ۱/۵         |
| ۴    | $-۵ - \sqrt{3x+1} = y \Rightarrow 3x+1 = (y+5)^2$ (۰/۵)<br>$\Rightarrow x = \frac{(y+5)^2 - 1}{3} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{(x+5)^2 - 1}{3}$ (۰/۵) $D_{g^{-1}} = (-\infty, -5]$<br>صفحه: ۲۹                                                                                    | ۱           |
| ۵    | الف) $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\left \frac{1}{3}\right } = 6\pi$ (۰/۵)<br>$\min = - a  + c$ (۰/۲۵) $\max =  a  + c$ (۰/۲۵) $\min = -\lambda$ (۰/۲۵)<br>ب)<br>$\sin 15 = \sqrt{\frac{1 - \cos 30}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$ (۰/۲۵)<br>صفحه: ۴۰ و ۴۳            | ۱/۲۵<br>۰/۵ |
| ۶    | $2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow$ (۰/۵) $\Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} & (۰/۲۵) \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} & (۰/۲۵) \end{cases}$<br>صفحه: ۴۷                              | ۱/۲۵        |
| ۷    | الف) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(2 - \sqrt{x-1})(2 + \sqrt{x-1})}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \frac{-1}{4}$ (۰/۵)<br>ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x-3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$ (۰/۵)<br>صفحات: ۵۲ و ۵۷ | ۱<br>۰/۷۵   |

|                                                                     |                  |                                                     |                       |
|---------------------------------------------------------------------|------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳                             | رشته: علوم تجربی | ساعت شروع: ۱۰ صبح                                   | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                        |                  | تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷                            |                       |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹ |                  | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |                       |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                     | نمره         |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| ۸    | هر مورد درست (۰/۲۵)<br>صفحه ۷۵                                                                                                                                                                                                                    | ۱            |
| ۹    | $f'(x) = \frac{2x(3x-1) - 3x^2}{(3x-1)^2} \quad (۰/۲۵)$ $g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^2+1) + 3x^2(\sqrt{3x+2}) \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                  | ۰/۷۵<br>۰/۷۵ |
| ۱۰   | $f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x^2 - \cdot}{x - \cdot} = \cdot \quad (۰/۵)$ $f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{-x - \cdot}{x - \cdot} = -1 \quad (۰/۵)$ $\Rightarrow f'_+(\cdot) \neq f'_-(\cdot) \quad (۰/۲۵)$ | ۱/۲۵         |
| ۱۱   | $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(5) - f(\cdot)}{5 - \cdot} \quad (۰/۲۵) = 4 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow f'(t) = 2t - 1 = 4 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow t = \frac{5}{2} \quad (۰/۲۵)$                                                                | ۱            |
| ۱۲   | $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \quad (۰/۵) \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \quad (۰/۵)$                                                                                                                                                         | ۲            |
| ۱۳   | $f = xy \rightarrow \overbrace{f(x) = x(7-x) = -x^2 + 7x}^{(۰/۲۵)} \rightarrow \overbrace{f'(x) = -2x + 7 = 0}^{(۰/۲۵)}$ $\rightarrow x = \frac{7}{2} \quad (۰/۲۵), \quad y = \frac{7}{2} \quad (۰/۲۵)$                                           | ۱            |

|                                                                     |                  |                                                                                      |                       |
|---------------------------------------------------------------------|------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳                             | رشته: علوم تجربی | ساعت شروع: ۱۰ صبح                                                                    | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                        |                  | تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷                                                             |                       |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹ |                  | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> |                       |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                             | نمره |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱۴   | الف) $(0/25) \Rightarrow a=5, c=4$ $ff' = 8$ $(0/25)$<br>ب)<br>$c = \frac{4}{5}a \quad (0/25) \Rightarrow 9 + \frac{16}{25}a^2 = a^2 \quad (0/25) \Rightarrow a=5, c=4$<br>$A(1, -1), A'(-9, -1) \quad (0/5)$<br>صفحه ۱۳۲ | ۱/۵  |
| ۱۵   | الف) $O(-1, 0), R=2 \quad (0/5)$<br>ب) $(1, 0), (-3, 0) \quad (0/5)$<br>صفحات: ۱۴۲                                                                                                                                        | ۱    |
| ۱۶   | $P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0$<br>$\underbrace{\quad}_{(0/5)} \quad \underbrace{\quad}_{(0/5)} \quad \underbrace{\quad}_{(0/5)}$<br>صفحه ۱۴۷                       | ۱/۵  |
|      | " در نهایت، نظر همکاران محترم صائب است "                                                                                                                                                                                  |      |