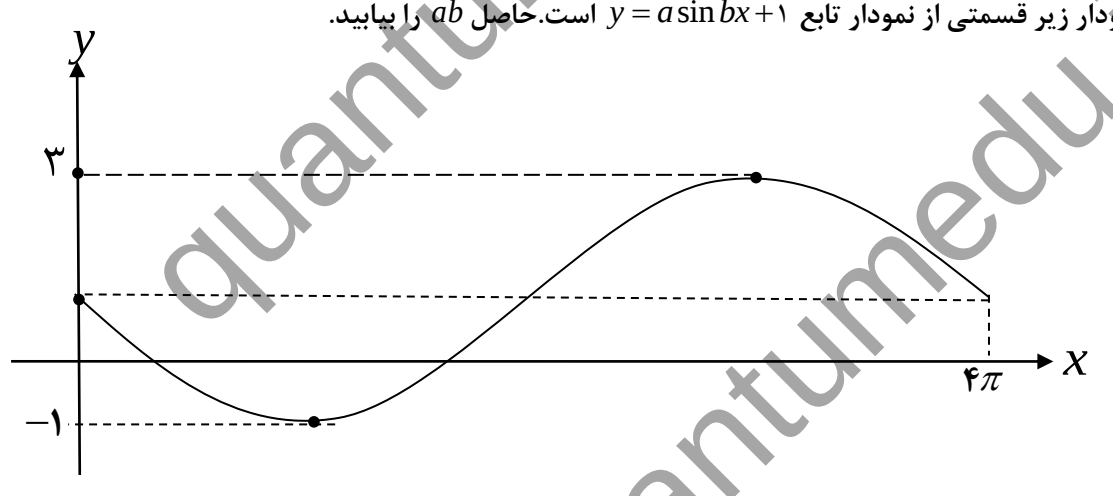


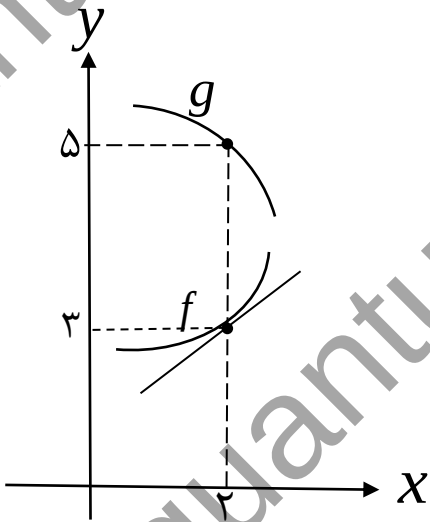
سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳	تعداد صفحه: ۳	رشته : علوم تجربی	نام و نام خانوادگی :
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	[استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	-------------------------	---	------

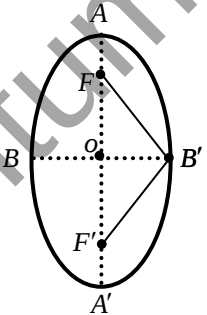
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) بی شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است. ب) نقطه $(1,1)$ یک نقطه گوشه ای برای تابع $f(x) = 2-x^2 $ است. پ) هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن تابع است.	۰/۷۵
۲	درجاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) اگر $f(x) = 3 + \sqrt{2x-1}$ باشد، مقدار $(f \circ f^{-1})(5)$ برابر با است. ب) اگر A مجموعه اعداد طبیعی اول و B مجموعه اعداد طبیعی مرکب و $C = \dots\dots\dots$ باشند، آنگاه A ، B و C یک افزاز روی مجموعه اعداد طبیعی است. پ) نقطه $(-2,4)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ می باشد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y = f(2x)$ برابر است.	۰/۷۵
۳	اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x-1$ ، آنگاه: الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید.	۱/۲۵
۴	نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. حاصل ab را بیابید. 	۱/۲۵
۵	جواب (های) معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x = 0$ را در بازه $(0, \pi)$ مشخص کنید.	۰/۷۵
۶	آیا مقدار $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x]-1}$ وجود دارد؟ چرا؟	۰/۵
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»		

نام و نام خانوادگی :		رشته : علوم تجربی	تعداد صفحه: ۳	سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳	
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	ساعت شروع: ۸ صبح		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	[استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	-------------------------	---	------

۷	حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	۱/۵
الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{ \sin x }$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x}$		
۸	با توجه به نمودارهای توابع f و g حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x-2}$ چند برابر $f'(2)$ است؟	۱
		
۹	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)	۲/۲۵
الف) $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3 + 4)$ ب) $g(x) = \frac{-7x^2 + 1}{x-6}$ پ) $h(x) = (2x^5 - 1)^4$		
۱۰	آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه‌ای به طول $x = 2$ چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, 0]$ است؟	۱/۵

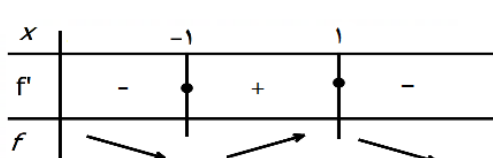
نام و نام خانوادگی :	رشته : علوم تجربی	تعداد صفحه: ۳	سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	ساعت شروع: ۸ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]		
نمره			

۱۱	بزرگترین بازه از $\mathbb{R}$ که تابع $f(x) = -2x^3 + 6x + 11$ در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تغییرات بیابید.	۱/۵
۱۲	پنجره‌ای به شکل یک مستطیل و نیم‌دایره‌ای بر روی آن داریم به طوری که قطر نیم‌دایره برابر با پهنای مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد.	۱/۷۵
۱۳	در بیضی مقابل کانون‌ها به مختصات $F(1,5)$ و $F'(1,1)$ و یک رأس قطر بزرگ آن $A(1,6)$ می باشد: الف) فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب) معادله قطر کوچک بیضی را بنویسید. پ) مساحت مثلث $B'FF'$ را بدست آورید. 	۱/۷۵
۱۴	اگر دو دایره به معادله‌های $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ و $(x-2)^2 + (y+1)^2 = m^2$ مماس خارج باشند، مقدار m را بیابید.	۱/۷۵
۱۵	مدرسه A سه برابر مدرسه B دانش آموز دارد. ۳۵ درصد دانش آموزان مدرسه A و ۱۵ درصد دانش آموزان مدرسه B معدلی بالای ۱۸ دارند، اگر همه دانش آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آن‌ها را انتخاب کنیم: الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه A و با چه احتمالی از مدرسه B است؟ ب) با چه احتمالی فرد انتخابی، معدلی بالای ۱۸ دارد؟	۱/۷۵
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"

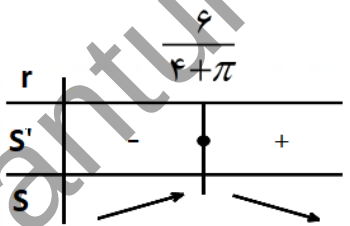
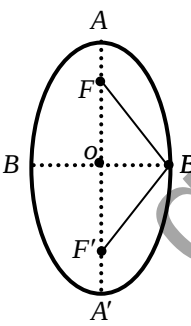
مدّت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	الف) ۵ (۰/۲۵) ب) $\{1\}$ (۰/۲۵) پ) $(-1, 4)$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	الف) $D_{fog} = \{x \in R x - 1 \geq -1\} = [0, +\infty)$ (۰/۲۵) ب) $f(g(x)) = \sqrt{x-1+1} = \sqrt{x}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۴	$\frac{2\pi}{ b } = 4\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $ a = \frac{3 - (-1)}{2} = 2 \Rightarrow a = \pm 2$ (۰/۲۵) با توجه به نمودار تابع، ab باید عددی منفی شود بنابراین $ab = -1$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۵	$\cos 2x = \cos x \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}$	۰/۷۵
۶	خیر (۰/۲۵) زیرا تابع $f(x) = \frac{1}{[x]-1}$ در همسایگی راست $x=1$ تعریف نشده است. (۰/۲۵)	۰/۵
۷	الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1} = 3$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{ \sin x } = \frac{-2}{0^+} = -\infty$ (۰/۲۵) پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5}{x^3} = +\infty$ (۰/۲۵)	۱/۵

مدّت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \underbrace{\frac{f(x)g(x) - f(2)g(x)}{x-2}}_{\cdot/25} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \underbrace{\frac{f(x) - f(2)}{x-2}}_{\cdot/25}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = 5f'(2) \quad (\cdot/25)$	۱
۹	الف) $f'(x) = \underbrace{\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^2+4)}_{\cdot/25} + \underbrace{3x^2(\sqrt{3x+2})}_{\cdot/25} \quad (\cdot/25)$ ب) $g'(x) = \frac{\underbrace{(-14x)(x-6)}_{\cdot/25} - \underbrace{(1)(-7x^2+1)}_{\cdot/25}}{\underbrace{(x-6)^2}_{\cdot/25}} \quad (\cdot/25)$ پ) $h'(x) = \underbrace{4(2x^5-1)^2}_{\cdot/25} \underbrace{(10x^4)}_{\cdot/25}$	۲/۲۵
۱۰	$f'(x) = 4x + 5 \Rightarrow f'(2) = 13 \quad (\cdot/25)$ $\frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{2} = 1 \quad (\cdot/25)$ پس آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه $x = 2$، برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, 0]$ است. $(\cdot/25)$	۱/۵
۱۱	$f'(x) = -6x^2 + 6 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \quad (\cdot/5)$  پس تابع در بازه $[-1, 1]$ صعودی اکید است. $(\cdot/25)$	۱/۵

مدّت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$\underbrace{2h + 2r + \pi r = 6}_{\text{۰/۲۵}} \Rightarrow h = \frac{6 - 2r - \pi r}{2} \quad (\text{۰/۲۵})$ $S(r) = 6r - 2r^2 - \frac{1}{2}\pi r^2 \Rightarrow S'(r) = 6 - 4r - \pi r \quad (\text{۰/۲۵})$ $6 - 4r - \pi r = 0 \Rightarrow r = \frac{6}{4 + \pi} \quad (\text{۰/۲۵})$  (۰/۵) $h = \frac{6 - (2 + \pi)\frac{6}{4 + \pi}}{2} = \frac{6}{4 + \pi} \quad (\text{۰/۲۵})$	۱/۷۵
۱۳	الف) $FF' = 4$ (۰/۲۵), $O(1, 3)$ (۰/۲۵) ب) $y = 3$ (۰/۲۵) پ)  $\underbrace{OB' = \sqrt{OA^2 - OF^2}}_{\text{۰/۲۵}} = \sqrt{5} \quad (\text{۰/۲۵})$ $S = \frac{1}{2} \underbrace{OB' \times FF'}_{\text{۰/۲۵}} = 2\sqrt{5} \quad (\text{۰/۲۵})$	۱/۷۵
۱۴	$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0 : \underbrace{O(-1, 2)}_{\text{۰/۲۵}}, r = 2 \quad (\text{۰/۲۵})$ $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = m^2 : \underbrace{O'(2, -1)}_{\text{۰/۲۵}}, r' = m \quad (\text{۰/۲۵})$ $OO' = 3\sqrt{2} \quad (\text{۰/۲۵})$ $\underbrace{OO' = r + r'}_{\text{۰/۲۵}} \Rightarrow m + 2 = 3\sqrt{2} \Rightarrow m = 3\sqrt{2} - 2 \quad (\text{۰/۲۵})$	۱/۷۵

مدّت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	(الف) $P(A) = \frac{1}{4} (۰/۲۵), \quad P(B) = \frac{3}{4} (۰/۲۵)$ (ب) $P(C) = P(A)P(C A) + P(B)P(C B)$ $= \frac{1}{4} \times \frac{35}{100} + \frac{3}{4} \times \frac{15}{100} = \frac{1}{5} \quad (۱/۲۵)$ به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.	۱/۷۵
	جمع نمره	۲۰