

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir			

ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)	نمره
۱	جملات زیر را با نوشتن عدد مناسب در جای خالی تکمیل کنید. الف) اگر a, b دو عدد طبیعی بزرگتر از یک باشند و $27 b, 9a b$ آنگاه $a = \dots$ است. ب) اگر در گراف G از مرتبه ۷ داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر با است. پ) مجموع درایه های ستون دوم یک مربع لاتین مرتبه ۴ برابر با است.	۰/۷۵
۲	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) گراف ساده با درجه رئوس ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ وجود ندارد. ب) اگر α, β دو عدد گنگ غیر مساوی باشند، حاصل $\frac{\alpha + \beta}{2\beta}$ عددی گنگ است. پ) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی برابر با ۱۵ است.	۰/۷۵
۳	اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و $2a 3m - 4, 2a 5m - 2$ جوابهای صحیح a را مشخص کنید؟ $(m \in \mathbb{Z})$	۱/۵
۴	اگر m, n دو عدد طبیعی و a, b دو عدد صحیح باشند و $a \equiv b^m$ نشان دهید، $a^n \equiv b^m$.	۱
۵	برای دو عدد حقیقی x, y نشان دهید: $3x^2 + y^2 \geq 6x - 3$	۱/۲۵
۶	اگر a, b دو عدد صحیح باشند و $5ab$ عددی فرد باشد، ثابت کنید حاصل $a^2 + b^2$ عددی زوج است.	۱/۲۵
۷	شخصی در یک مسابقه پرتاب دارت، در هر پرتاب ۷ یا ۹ امتیاز و در مجموع ۱۸۳ امتیاز کسب کرده است. حداکثر تعداد پرتاب های ۹ امتیازی او چندتاست؟	۱/۵
۸	گراف G با مجموعه رئوس $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ مفروض است. اگر داشته باشیم: $N_G(d) = \{a, b, c\}, N_G(c) = \{d, b\}, N_G(b) = \{a, d, c\}$ الف) گراف G را رسم کنید. ب) یک دور به طول ۴ از گراف G بنویسید. پ) دو زیر گراف از مرتبه ۳ و اندازه ۳ از گراف G رسم کنید. ت) حاصل $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$ را به دست آورید.	۲
۹	مجموع درجات گراف برابر ۲۴ است. اگر ۳ یال به یالهای گراف G اضافه کنیم، گراف حاصل، گراف کامل می شود. مرتبه گراف G چقدر است؟	۱

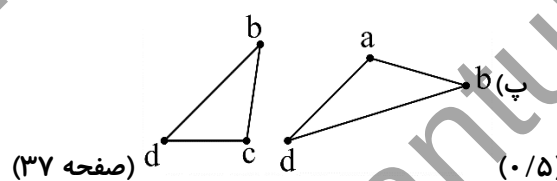
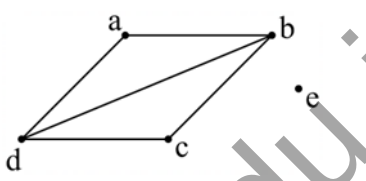
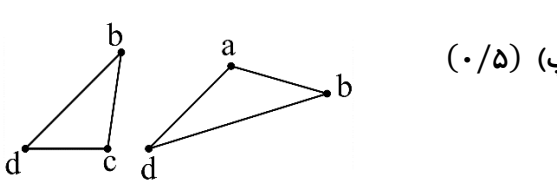
سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir			

ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)	نمره
۱۰	یک گراف ۴ راسی غیر تهی k - منتظم رسم کنید که: (الف) بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. (ب) کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
۱۱	(الف) یک مجموعهٔ احاطه گر مینیمال ۳ عضوی از گراف مقابل را بنویسید. (ب) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ذکر دلیل تعیین کنید.	۱/۵
۱۲	به چند طریق می توان ۶ نفر را در سه اتاق ۱، ۲، ۳ نفره اسکان داد؟	۰/۷۵
۱۳	معادله $X_1 + 2\sqrt{X_2} + X_3 + X_4 = 5$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟	۱/۷۵
۱۴	(الف) یک مربع لاتین چرخشی مرتبه ۴ بنویسید و آن را A بنامید. (ب) مربع لاتین حاصل از جایگشت $\begin{pmatrix} 1 \rightarrow 4 \\ 2 \rightarrow 3 \\ 3 \rightarrow 2 \\ 4 \rightarrow 1 \end{pmatrix}$ را روی مربع لاتین A بسازید و آن را B بنامید. (پ) آیا A, B متعامدند؟ چرا؟	۱
۱۵	در بین اعداد مجموعه $\{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 400\}$ چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۶ و ۴ بخش پذیر نباشند.	۱/۵
۱۶	۱۳ نقطه درون یک مستطیل 4×3 قرار دارند. نشان دهید، حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۱/۵
موفق باشید		۲۰
جمع نمره		
صفحه ۲ از ۲		

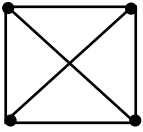
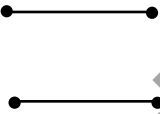
راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) $a=3$ (صفحه ۱۱) ب) $\Delta(G)=6$ (صفحه ۵۳) پ) $(0/25)$ ۱۰ (صفحه ۶۲)	۰/۷۵
۲	الف) $(0/25)$ درست (صفحه ۴۰) ب) $(0/25)$ نادرست (صفحه ۳) پ) $(0/25)$ نادرست (صفحه ۷۸)	۰/۷۵
۳	$2a 5m-2 \Rightarrow 2a 15m-6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 2a 14$ (۰/۲۵) $\rightarrow a 7$ (۰/۲۵) $2a 3m-4 \Rightarrow 2a 15m-20$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = \pm 1, \pm 7$ (۰/۵) (صفحه ۱۲)	۱/۵
۴	(صفحه ۲۰) $a \equiv b \Rightarrow m a-b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m (a-b)(a^{n-1}+ba^{n-2}+\dots+b^{n-1})$ (۰/۵) $\Rightarrow m a^n-b^n \Rightarrow a^n \equiv b^n$ (۰/۲۵)	۱
۵	(صفحه ۸) $3x^2+y^2 \geq 6x-3 \Leftrightarrow 3x^2-6x+3+y^2 \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow 3(x-1)^2+y^2 \geq 0$ (۰/۵) نامساوی همواره برقرار است. (۰/۲۵) چه با استفاده از نماد $(\Leftrightarrow)$ وجه به صورت توضیحی، به برگشت پذیر بودن مراحل اشاره شود (۰/۲۵) نمره تعلق بگیرد.	۱/۲۵
۶	(صفحه ۵) روش اول: $5ab \Rightarrow ab$ فرد (۰/۲۵) $\Rightarrow a, b$ هر دو فرد (۰/۲۵) $\Rightarrow (2k+1)^2 + (2k'+1)^2 =$ $4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 = 2 \left(\underbrace{2k^2 + 2k + 2k'^2 + 2k' + 1}_q \right)$ (۰/۵) $a^2 + b^2 = 2q$ (۰/۲۵) روش دوم: مربع هر عدد فرد به صورت $4k+1$ است. (۰/۲۵) وقتی $5ab$ فرد است، بنابر این a و b هر دو فرد هستند. (۰/۲۵) بنابر این $a^2 + b^2 = (4k+1) + (4k'+1) = 2 \left(\underbrace{2k^2 + 4k + 2k'^2 + 4k' + 1}_q \right) = 2q$ (۰/۵) عددی زوج می شود. (۰/۲۵) روش سوم: وقتی $5ab$ فرد است، بنابر این a, b هر دو فرد هستند (۰/۲۵). در نتیجه توان دوم آن ها یعنی a^2, b^2 هر دو فرد هستند (۰/۵). از آن جا که مجموع دو عدد فرد عددی زوج است (۰/۲۵)، بنابر این $a^2 + b^2$ عددی زوج است.	۱/۲۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	(صفحه ۲۸) روش اول: $7x + 9y = 183 \rightarrow 7x \equiv 183 \equiv 3 \pmod{25} \xrightarrow{+18} 7x \equiv 21 \xrightarrow{\div 7} x \equiv 3 \pmod{25}$ $\Rightarrow x = 9k + 3 \pmod{25} \Rightarrow 7(9k + 3) + 9y = 183 \pmod{25} \rightarrow y = 18 - 7k \pmod{25}$ حداکثر تعداد پرتابه‌های ۹ امتیازی $k = 0 \Rightarrow y = 18 \pmod{25}$ روش دوم: $7x + 9y = 183 \rightarrow 9y \equiv 183 \equiv 1 \pmod{25} \xrightarrow{+25} 9y \equiv 26 \xrightarrow{\div 9} y \equiv 4 \pmod{25}$ $\Rightarrow y = 7k + 4 \pmod{25} \Rightarrow 7x + 9(7k + 4) = 183 \pmod{25} \rightarrow x = 21 - 9k \pmod{25}$ حداکثر تعداد پرتابه‌های ۹ امتیازی $k = 2 \Rightarrow y = 18 \pmod{25}$ (به روش های صحیح دیگر، به تناسب نمره تعلق گیرد.)	۱/۵
۸	روش اول: الف) (صفحه ۵۳) (۰/۵) ب) $abcd a$ (صفحه ۳۸) (۰/۵) یا $(adcba, bcdab, badcb, cdabc, dabcd, dcba d)$  ت) $4 + 5 = 9 \pmod{5}$ (صفحه ۳۸) (۰/۵) روش دوم: الف) رسم شکل (۰/۵)  ب) $abcd a$ (۰/۵) یا $(adcba, bcdab, badcb, cdabc, dabcd, dcba d)$  ت) $3 + 4 = 7 \pmod{5}$ (همکار گرامی دانش آموز هر کدام از حالتها را درست نوشت، لطفا نمره کامل تعلق گیرد)	۲
۹	(صفحه ۳۹ یا ۴۲) روش اول: $2q = 24 \pmod{25} \rightarrow q = 12 \Rightarrow 15 = \frac{n(n-1)}{2} \pmod{25} \Rightarrow n(n-1) = 30 \Rightarrow n = 6 \pmod{25}$ روش دوم: اگر یالی به گراف اضافه گردد، مجموع درجات گراف جدید، ۲ واحد از مجموع درجات گراف قبل بیشتر است، بنابر این با اضافه شدن ۳ یال جدید، ۶ واحد به مجموع درجات راس های گراف G اضافه می شود. (۰/۲۵) $2q(G) + 6 = 2q(K_n) = n(n-1)$ (۰/۲۵) بنابر این، $30 = n^2 - n$ (۰/۲۵) در نتیجه $n = 6$	۱
صفحه ۲ از ۴		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	(صفحه ۴۲) (الف)  (۰/۵) (ب)  (۰/۵)	۱
۱۱	(صفحه ۴۷ یا ۵۲) (الف) (به مجموعه های مینیمال سه عضوی دیگر بارم تعلق گیرد) (۰/۵) $D = \{e, b, h\}$ (ب) روش اول: $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq \left\lceil \frac{9}{4+1} \right\rceil = 2$ (۰/۵) لذا عدد احاطه گری بزرگتر یا مساوی ۲ است. از طرفی مجموعه $D = \{g, b\}$ (۰/۲۵) یک مجموعه احاطه گر است. پس: $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) روش دوم: با توجه به اینکه $D = \{g, b\}$ (۰/۲۵) یک مجموعه احاطه گر است و همچنین هیچ مجموعه احاطه گر یک عضوی وجود ندارد، (۰/۲۵) (گراف با یک راس احاطه نمی شود. زیرا گراف مرتبه ۹ است و هیچ راسی از درجه ۸ وجود ندارد.) بنابر این عدد احاطه گری برابر ۲ است. (۰/۵)	۱/۵
۱۲	(صفحه ۵۹) روش اول: $\frac{6! \cdot (0/25)}{2! \cdot (0/25) \times 3! \cdot (0/25)} = 60$ روش دوم: $\binom{6}{3} \times \binom{3}{2} \times \binom{1}{1} = 60$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۳	(صفحه ۷۱) $x_r = 0 \rightarrow x_1 + x_r + x_f = 5$ (۰/۲۵) $\rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = 21$ (۰/۲۵) $x_r = 1 \rightarrow x_1 + x_r + x_f = 3$ (۰/۲۵) $\rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = 10$ (۰/۲۵) $x_r = 4 \rightarrow x_1 + x_r + x_f = 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3$ (۰/۲۵) $21 + 10 + 3 = 34$ (۰/۲۵)	۱/۷۵
۱۴	(الف) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵) (ب) $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{pmatrix} 14 & 23 & 32 & 41 \\ 41 & 14 & 23 & 32 \\ 32 & 41 & 14 & 23 \\ 23 & 32 & 41 & 14 \end{pmatrix}$ (پ) خیر - (۰/۲۵) زیرا مربع لاتین ادغام شده، دارای درایه های تکراری است. (۰/۲۵) (صفحه ۶۴)	۱

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	(صفحه ۷۴) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 6 \mid n\} \Rightarrow A = \left[\frac{400}{6} \right] = 66 \left(\frac{0}{25} \right)$ $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 4 \mid n\} \Rightarrow B = \left[\frac{400}{4} \right] = 100 \left(\frac{0}{25} \right)$ $A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid 12 \mid n\} \Rightarrow A \cap B = \left[\frac{400}{12} \right] = 33 \left(\frac{0}{5} \right)$ $ \overline{A \cup B} = S - (A + B - A \cap B) \left(\frac{0}{25} \right) = 400 - (66 + 100 - 33) = 267 \left(\frac{0}{25} \right)$	۱/۵
۱۶	مستطیل را به ۱۲ خانه مربع شکل 1×1 تقسیم می کنیم (۰/۲۵). ۱۳ نقطه را تعداد کبوترها (۰/۲۵) و ۱۲ خانه را تعداد لانه ها (۰/۲۵) در نظر می گیریم. بنا به اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) چون تعداد کبوترها از یک برابر تعداد لانه ها ۱ واحد بیشتر است، لذا خانه ای وجود دارد که شامل بیش از یک کبوتر است. در هر خانه مربع شکل حداکثر فاصله نقاط برابر قطر مربع یعنی $\sqrt{2}$ است. $AB < d = \sqrt{2} \left(\frac{0}{5} \right)$ (صفحه ۸۴)	۱/۵
	جمع	۲۰
صفحه ۴ از ۴		